

VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra kybernetiky a biomedicínského inženýrství

Diplomová práce

2012

Jiří Kada

VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra kybernetiky a biomedicínského inženýrství

Identifikace přenosů řízených soustav
z naměřených dat
Identification of controlled system
transfers from measured data

Zadání diplomové práce

Student:

Bc. Jiří Kada

Studijní program:

N2649 Elektrotechnika

Studijní obor:

2601T004 Měřicí a řídicí technika

Téma:

Identifikace přenosů řízených soustav z naměřených dat
Identification of Controlled System Transfers from Measured Data

Zásady pro vypracování:

Práce navazuje na předchozí dvě zadání v dané oblasti. Cílem práce je implementace modulu identifikace přenosů řízených soustav z naměřených dat. Pro identifikaci budou použity např. metody: standardní metoda identifikace z přechodové charakteristiky, statistické metody atd..

body zadání:

1. Zpracování teoretických možností vývojového software pro uvedené účely identifikace přenosů soustav v průmyslové automatizaci.
2. Návrh vlastního řešení pro vybrané softwarové řešení.
3. Implementace navrženého řešení pro vybraný modelový případ nasazení v řídicích systémech.
4. Testování vyvinutého řešení na modelových soustavách.
5. Diskuze dosažených výsledků. Stanovení základních limitů realizované aplikace.
6. Zhodnocení vlastní práce.

Seznam doporučené odborné literatury:

1. BROIDA, V. *Extrapolation des réponses indicielles aperiódiques*. Automatisme, vol. XVI, 1969.
2. KESTER, W. *Mixed signal and DSP design techniques*. USA: Analog Devices, Inc., 2000. 368 s. ISBN 0-916550-23-0.
3. SHAHIAN, B. - HASSUL, M. *Control System Design Using Matlab*. New Jersey(USA): Prentice Hall, 1993. 503 s. ISBN 0-13-174061-X.
4. O'DWYER, A. *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*. Singapore: Imperial College Press, 2003. 392 s. ISBN 1-86094-342-X.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Jiří Koziorek, Ph.D.**

Datum zadání: 18.11.2011

Datum odevzdání: 04.05.2012

doc. Ing. Jiří Koziorek, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. RNDr. Václav Snášel, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení studenta

„Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně. Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.“

V Ostravě dne 4. května 2012

A handwritten signature in dark ink, appearing to be 'Koch'.

Poděkování

Rád bych poděkoval týmu pracovníků firmy Ingeteam a.s. za jejich pomoc a cenné rady při realizaci této diplomové práce. Dále bych také rád poděkoval mé rodině za podporu po celou dobu studia.

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá vedle teoretického popisu identifikace soustav, jejími možnostmi a použitím, hlavně návrhem softwarové aplikace, která slouží k jednorázové identifikaci soustavy z naměřených dat. Tato aplikace je součástí větší aplikace, která v sobě zahrnuje vyčítání a ukládání naměřených dat z různých datových zdrojů (PLC, SQL databáze, CSV soubory apod.) a prohlížeč trendů těchto dat. Aplikace pro identifikaci byla vyvinuta ve vývojovém prostředí Microsoft Visual Studio v programovacím jazyce C#. Pro identifikaci soustav byla zvolena metoda nejmenších čtverců, která poskytuje diskrétní přenos soustavy. Dále je zde realizována identifikace dopravního zpoždění z přechodové charakteristiky a převod z diskrétního tvaru přenosu na spojitý tvar s časovými konstantami. Pro verifikaci identifikovaného přenosu (přenosu modelu) slouží jednak výpočet výstupních hodnot modelu a možnost jejich zobrazení v grafu pro vizuální porovnání, tak i aplikace informačního kritéria pro možnost číselného vyjádření míry shody modelu a reálné soustavy (FIT index). Všechny parametry zjištěné identifikací jsou zobrazeny v přehledném graficko-uživatelském rozhraní.

Abstract

This thesis deals with the theoretical description identification systems and the use of its possibilities, especially design software application which is used to identify a single system from measurement data. This application is part of a larger application that includes reading and storing the measured data from different data sources (PLCs, SQL databases, CSV files, etc.) and browser trends of these data. The application was developed for identification in the integrated development environment Microsoft Visual Studio in programming language C#. To identify systems was chosen method of least squares, which provides a discrete transfer system. There is also implemented identification of the transport delay from the step response and conversion of the discrete transfer system to continuous transfer system with time constants. For verification of the identified transfer system (transfer system model) serves the calculation of output values of the model and the ability to display into the graph for visual comparison. It is also applied information criteria for the possibility of a numerical expression of the degree of conformity of the model and real system (FIT index). All parameters which was found during identification are showing in a graphical-user interface.

Klíčová slova

Identifikace soustav, model soustavy, verifikace, metoda nejmenších čtverců, FIT index, diskrétní přenos, spojitý přenos

Keywords

Identification systems, model of the system, verification, last squares method, FIT index, discrete transfer function, continuous transfer function

Seznam použitých symbolů a zkratek

a_0 až a_n – koeficienty ve jmenovateli přenosu
ARX – typ modelu soustavy
ARMAX - typ modelu soustavy
AIC – Akaikeho informační kritérium
 b_0 až b_m – koeficienty v čitateli přenosu
Black Box – způsob popisu soustavy
BJ - typ modelu soustavy
C# - programovací jazyk
CSV – formát souboru
 D – derivační složka
 E – Matice výstupů
 ε – chybová veličina
 $Gs(s)$ – spojitý přenos soustavy v Laplaceově transformaci
 $Gs(z)$ – diskrétní přenos v Z-transformaci
FIT – index pro porovnání míry shody modelu se skutečnou soustavou
 $Gs(s)$ – spojitý přenos v Laplaceově transformaci
 $Gz(z)$ – diskrétní přenos soustavy v Z-transformaci
GUI – graficko-uživatelské rozhraní
 H_0 – přenos tvarovače nultého řádu
 I – integrační složka
Ident – identification toolbox v Matlabu
 J – minimalizační kritérium pro metodu nejmenších čtverců
 K – zesílení [-]
LICH0 – Tustinova (lichoběžníková) náhrada
LOBD – zpětná obdélníková náhrada
 m – stupeň polynomu v čitateli přenosu
MSE – střední kvadratická chyba predikce
MAE – střední absolutní chyba predikce
 n – stupeň polynomu ve jmenovateli přenosu
 N – počet naměřených hodnot
OE - typ modelu soustavy
 p – vektor parametrů
 P – proporcionální složka
 PI – proporcionálně integrační regulátor
 PID - proporcionálně integračně derivační regulátor
POBD – dopředná obdélníková náhrada
 s – Laplaceův operátor
 S – sumační složka
SQL – dotazovací jazyk pro práci s daty v databázích
 t – čas [s]
 T, T_1, T_2 – časové konstanty [s]
 T_{vz} – vzorkovací perioda [s]
 T_d – dopravní zpoždění [s]
 T_u – doba průtahu [s]

T_n – doba náběhu [s]

u – vstupní signál

UML – Unified Modeling Language, grafický modelovací jazyk

$u(t)$ – vstupní signál v časové oblasti

$u(k)$ – vstupní signál v časové oblasti

W – matice vstupů a výstupů soustavy

x – vnitřní stav systému

y – výstupní signál

y' – vypočtená hodnota výstupu pomocí modelu soustavy

y – střední hodnota změřených hodnot výstupů

$y(t)$ – výstupní signál v časové oblasti

$y(k)$ – výstupní signál v diskrétní oblasti

z – operátor v Z-transformaci

Obsah

1	Úvod.....	3
2	Analýza možností identifikace a popisu soustav	4
2.1	Typy soustav	4
2.2	Popis soustav	5
2.2.1	Vnější popis spojitých soustav	5
2.2.2	Vnitřní popis spojitých soustav	6
2.2.3	Vnější popis diskrétních soustav	7
2.2.4	Vnitřní popis diskrétních soustav	8
2.3	Význam časových konstant v přenosu	9
2.4	Identifikace a matematické modely soustav	10
2.5	Matematické modely základních přenosových členů	12
2.5.1	Proporcionální člen (P)	12
2.5.2	Proporcionální člen se setrvačností 1. řádu	12
2.5.3	Proporcionální člen se setrvačností 2. řádu	13
2.5.4	Integrační člen (I)	13
2.5.5	Derivační člen (D)	14
2.6	Rozdělení modelů	15
2.6.1	Model ARX	15
2.6.2	Model ARMAX	15
2.6.3	Model OE	15
2.6.4	Model BJ	15
2.7	Metody identifikace	16
2.7.1	Aproximace frekvenční charakteristiky	16
2.7.2	Vyhodnocení frekvenčních charakteristik	16
2.7.3	Aproximace přechodových charakteristik	16
2.8	Volba metody identifikace	27
2.9	Zhodnocení vhodnosti modelu a volba nejvhodnějšího modelu	30
3	Přehled dostupných softwarových prostředků pro identifikaci.....	33
3.1	Matlab – system identification toolbox (ident)	33
3.2	LabView – System Identification Toolkit	35
4	Návrh a implementace aplikace	36
4.1	Struktura aplikace	36
4.1.1	Rozhraní aplikace	37
4.2	Vývoj části pro identifikaci	39

4.2.1	Realizace výpočtu parametrů a dopravního zpoždění v jazyce C#	39
4.2.2	Převod z diskrétního tvaru na spojitý tvar s časovými konstantami	40
4.3	Porovnání shody modelu se soustavou	60
4.3.1	Grafické porovnání modelu.....	60
4.3.2	Číselné porovnání modelu.....	60
4.4	Graficko-uživatelské rozhraní aplikace (GUI)	61
5	Testování vyvinutého řešení na modelových soustavách	63
5.1	Soustava prvního řádu bez šumu a bez dopravního zpoždění	64
5.2	Soustava prvního řádu bez šumu a s dopravním zpožděním	67
5.3	Soustava druhého řádu bez šumu a bez dopravního zpoždění.....	70
5.4	Soustava druhého řádu bez šumu a s dopravním zpožděním	73
5.5	Soustava prvního řádu se šumem na vstupu a bez dopravního zpoždění	76
5.6	Soustava prvního řádu s vysokou hladinou šumu na výstupu a bez dopravního zpoždění.....	78
5.7	Soustava prvního řádu s nízkou hladinou šumu na výstupu a bez dopravního zpoždění.....	80
5.8	Test rychlosti zpracování.....	81
6	Závěr	82
7	Použitá literatura	83
8	Použité internetové zdroje.....	83
9	Seznam příloh.....	84

1 Úvod

Téma této diplomové práce vychází z potřeb praxe, kde v dnešní době automatizace vyvstává potřeba schopnost řídit různé procesy a stroje sloužící k tomuto účelu. Automatizace se dnes dotýká téměř všech odvětví lidské činnosti počínaje automatizací průmyslu (např. výroba automobilů, výroba železa atd.) pokračující přes automatizaci v neprůmyslových odvětvích (např. automatizace domovních zařízení jako je topení, osvětlení, multimediální zařízení) dále automatizace řízení automobilů a podobně, konče až automatizací v různých vědeckých odvětvích. Jednou z firem zabývajících se automatizací v průmyslu je firma Ingeteam, která je zároveň zadavatelem této práce. Ve firmě Ingeteam se řeší úlohy s řízením různých pohonů apod. S tím úzce souvisí nastavování a programování regulátorů pro tyto pohony. Z toho důvodu je pro ně důležité mít software, který by byl schopný provádět identifikaci soustavy (např. motoru) za účelem získání přenosu takovéto soustavy. Při znalosti přenosu je poté mnohem jednodušší navrhnout správně fungující regulátor pro tuto soustavu. Aby bylo možné všechny tyto systémy (nebo též soustavy) řídit, je nutné umět navrhnout takový regulační obvod, aby bylo dosaženo co nejlepšího akčního zásahu regulátorem v požadovaném čase. K tomu, aby bylo možné navrhnout takový regulátor, který zajistí co nejlepší regulaci, je dobré znát matematický popis (model) regulované soustavy, jak již bylo zmíněno výše. Postupu hledání matematického modelu soustavy se říká identifikace soustavy.

Obsah diplomové práce je rozdělen na dva hlavní bloky. A to na teoretickou část zabývající se teoretickými podklady a na praktickou část, ve které je navržena samotná aplikace sloužící pro jednorázovou identifikaci soustav z naměřených dat.

Teoretické části se věnují kapitoly 2 a 3. Je zde proveden základní rozbor regulovaných soustav. Rozborem se rozumí např. rozdělení typu soustav, způsoby jejich popisu (vnitřní, vnější popis) dále rozdělení popisů spojitých a diskrétních soustav. Dále jsou zde popsány různé metody identifikace. Třetí kapitola se zabývá možnostmi různých dostupných vývojových softwarových produktů pro uvedené účely identifikace přenosu soustav v průmyslové automatizaci. Touto kapitolou končí teoretický blok a začíná blok praktický.

Praktická část je složena z vlastního návrhu a popisu aplikace. Ihned po návrhu a vysvětlení funkce aplikace byly provedeny testy na modelových soustavách.

2 Analýza možností identifikace a popisu soustav

2.1 Typy soustav

Rozeznáváme dva druhy soustav:

- Statická soustava – je popsána statickou charakteristikou. Ta může být buď lineární (lineární statická soustava) nebo může být nelineární (nelineární statická soustava). U takovéto soustavy její výstup závisí pouze na vstupu soustavy:

$$y = f(u) \quad (2-1)$$

Jako příklady statických soustav se může uvést např. lineární, nasycení, hystereze apod.

- Dynamická soustava – popisuje se závislostí vstupu nebo výstupu na frekvenci nebo čase. Výstup dynamické soustavy není určen pouze hodnotou vstupu, ale závisí i na čase a případně na frekvenci. V časové oblasti se využívá odezev na jednotkový skok (přechodová charakteristika), jednotkový impuls - Diracův impuls (impulzní charakteristika), odezva na obecný vstupní signál.

Dále lze soustavy rozdělit na spojité a diskrétní:

Spojité soustavy:

Spojité soustava je taková, jejíž vstupní a výstupní signály jsou spojité:

- Soustava se soustředěnými parametry – soustava, jejíž stav má konečný počet stavových proměnných. Soustavu se soustředěnými parametry je možné popsat nekonečným počtem parametrů.
- Soustava s distribuovanými parametry – soustava, jejíž stav má nekonečný počet stavových proměnných. Soustavu se soustředěnými parametry je možné popsat konečným počtem parametrů.
- Nelineární dynamické časově invariantní (časově nezávislé) soustavy – vlastnosti soustavy se v čase nemění. Takový systém se nazývá stacionární. Pro nelineární funkce f a g platí popis:

$$\begin{aligned} x' &= f(x, u) \\ y &= g(x, u) \end{aligned}, \text{ počáteční stav } x(0) = x_0 \quad (2-2)$$

- Nelineární dynamické časově variantní (časově závislé) soustavy – vlastnosti soustavy se v čase mění. Takový systém se nazývá nestacionární. Pro nelineární funkce f a g platí popis:

$$\begin{aligned} x' &= f(x, u, t) \\ y &= g(x, u, t) \end{aligned}, \text{ počáteční stav } x(0) = x_0 \quad (2-3)$$

- Lineární dynamické časově variantní soustavy – platí pro ně popis pomocí matic, vektorů vstupů, vnitřních stavů a výstupů:

$$\begin{aligned} x' &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y &= C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{aligned}, \text{ počáteční stav } x(0) = x_0 \quad (2-4)$$

- Lineární dynamické časově invariantní soustavy – platí pro ně popis pomocí matic, vektorů vstupů, vnitřních stavů a výstupů:

$$\begin{aligned} x' &= Ax(t) + Bu(t) \\ y &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned}, \text{ počáteční stav } x(0) = x_0. \quad (2-5)$$

Diskrétní soustavy:

Popis soustav s diskretním časem je obdobou popisu soustav se spojitým časem. Jejich a výstupní signály jsou signály s diskretním časem.

- Soustava se soustředěnými parametry – soustava, jejíž stav má konečný počet stavových proměnných. Soustavu se soustředěnými parametry je možné popsat konečným počtem parametrů.
- Soustava s distribuovanými parametry – soustava, jejíž stav má nekonečný počet stavových proměnných.
- Dynamická soustava – její stav $x[n]$ závisí na stavu $x[n_k]$, pro $n > n_k$.
- Časově invariantní soustava – časově neměnná soustava.
- Lineární soustava – platí princip superpozice.

[3] [4]

2.2 Popis soustav

Zde budou probrány jednotlivé možnosti přístupu k popisu soustav, jako je rozdělení na spojitý a diskretní a rozdělení popisu na vnitřní a vnější.

2.2.1 Vnější popis spojitých soustav

Při vnějším popisu není potřeba znát vnitřní strukturu soustavy, ale pouze vazby vstupů na výstupy. Soustava se popisuje jako tzv. Black Box (viz Obr. 2-1). To znamená že „nevíme co se děje uvnitř soustavy“ a známe pouze reakce výstupů na vstupní signál.



Obr. 2-1 Spojitý „Black Box“ systém

Při vnějším popisu se používá popis pomocí přenosu neboli poměr výstupu k vstupu (z důvodu fyzikální realizovatelnosti musí být stupeň polynomu v čitateli menší nebo roven stupni polynomu ve jmenovateli):

Přenos pomocí diferenciální rovnice:

$$a_n y(t)^n + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_m u(t)^m + \dots + b_1 u'(t) + b_0 u(t) \quad (2-6)$$

Přenos v časové oblasti:

$$G(t) = \frac{Y(t)}{U(t)} \quad (2-7)$$

Přenos pomocí Laplaceovy transformace (L- transformace):

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m \cdot s^m + \dots + \gamma_1 \cdot s + \gamma_0}{a_n \cdot s^n + \dots + \iota_2 \cdot s^2 + \iota_1 \cdot s + \iota_0} \quad (2-8)$$

Přenos ve frekvenční oblasti (za Laplaceův operátor s se dosadí $j\omega$):

$$G(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{b_m \cdot (j\omega)^m + \dots + \gamma_1 \cdot (j\omega) + \gamma_0}{a_n \cdot (j\omega)^n + \dots + \iota_2 \cdot (j\omega)^2 + \iota_1 \cdot (j\omega) + \iota_0} \quad (2-9)$$

Přenos pomocí Z- transformace:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\gamma_0 + \gamma_1 \cdot z^{-1} + \dots + \gamma_m \cdot z^{-m}}{1 + \iota_1 \cdot z^{-1} + \dots + \iota_n \cdot z^{-n}} \quad (2-10)$$

Převod z vnitřního popisu na vnější:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = c^T (s \cdot I - A)^{-1} \cdot b \quad (2-11)$$

[3] [4]

2.2.2 Vnitřní popis spojitých soustav

Vnitřní popis je popis vztahů mezi vektorem vstupů soustavy $u(t)$ (rovnice 2-12), vektorem vnitřních stavů $x(t)$ (rovnice 2-13) a vektorem výstupů soustavy $y(t)$ (rovnice 2-14). Je nutné znát nejen vazby mezi vstupy a výstupy, ale také vazby na vnitřní stavy soustavy. To znamená že „musíme vědět, co se děje uvnitř soustavy“.

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \dots \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ y_o(t) \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

Vnitřní popis (stavový popis) soustav může být proveden pomocí rovnic:

$$\text{Stavová rovnice} \quad x' = Ax(t) + Bu(t) \quad (2-15)$$

$$\text{Výstupní rovnice} \quad y = Cx(t) + Du(t) \quad (2-16)$$

Význam jednotlivých matic:

A – stavová matice soustavy (matice dynamiky). Rozměr matice je (n,n) .

B – matice vstupů. Rozměr matice je (n,m) .

C – matice výstupů. Rozměr matice je (o,n) .

D – převodová matice (matice přímých vazeb vstupů na výstupy). Rozměr matice je (o,m) a většinou bývá nulová.

[3] [4]

2.2.3 Vnější popis diskrétních soustav

Při vnějším popisu není potřeba znát vnitřní strukturu soustavy, ale pouze vazby vstupů na výstupy. Soustava se popisuje jako tzv. Black Box (viz Obr. 2-2). To znamená že „nevíme co se děje uvnitř soustavy“ a známe pouze reakce výstupů na vstupní signál.



Obr. 2-2 Diskrétní „Black Box“ systém

Popis lineární diferenční rovnicí:

$$a_n y(k) + \dots + a_1 y(k-1) + a_0 y(k-2) = b_n u(k-1) + \dots + b_1 u(k-2) + b_0 u(k-1) \quad (2-17)$$

Popis pomocí z-transformace:

$$a_n z^n Y(z) + \dots + a_1 Y(z) + a_0 Y(z) = b_n z^{n-1} U(z) + \dots + b_1 U(z) + b_0 U(z) \quad (2-18)$$

Popis pomocí přenosu v z-transformaci:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_n z^{n-1} + \dots + b_1 + b_0}{a_n z^n + \dots + a_1 z + a_0} \quad (2-19)$$

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0 z^{-n} + b_1 z^{-(n-1)} + \dots + b_n z^{-1}}{a_0 z^{-n} + a_1 z^{-(n-1)} + \dots + a_n} \quad (2-20)$$

[3] [4]

2.2.4 Vnitřní popis diskretních soustav

Vnitřní popis diskretní soustavy je popis vztahů mezi vektorem vstupů soustavy $u(k)$ (rovnice 2-21), vektorem vnitřních stavů $x(k)$ (rovnice 2-22) a vektorem výstupů soustavy $y(k)$ (rovnice 2-23). Je nutné znát nejen vazby mezi vstupy a výstupy, ale také vazby na vnitřní stavy soustavy. To znamená že „musíme vědět, co se děje uvnitř soustavy“.

$$u(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \dots \\ u_m(k) \end{bmatrix} \quad (2-21)$$

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \dots \\ x_n(k) \end{bmatrix} \quad (2-22)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ \dots \\ y_o(k) \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

Vnitřní popis (stavový popis) soustav může být proveden pomocí:

$$\text{Stavová rovnice: } x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (2-24)$$

$$\text{Výstupní rovnice } y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (2-25)$$

Význam jednotlivých matic:

A – stavová matice soustavy (matice dynamiky). Rozměr matice je (n,n) .

B – matice vstupů. Rozměr matice je (n,m) .

C – matice výstupů. Rozměr matice je (o,n) .

D – převodová matice (matice přímých vazeb vstupů na výstupy). Rozměr matice je (o,m) a většinou bývá nulová.

[3] [4]

2.3 Význam časových konstant v přenosu

Časové konstanty soustavy lze určit z kořenů charakteristické rovnice soustavy. Pokud máme například soustavu 2. řádu popsanou přenosem:

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (2-26)$$

Potom charakteristická rovnice je:

$$a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \quad (2-27)$$

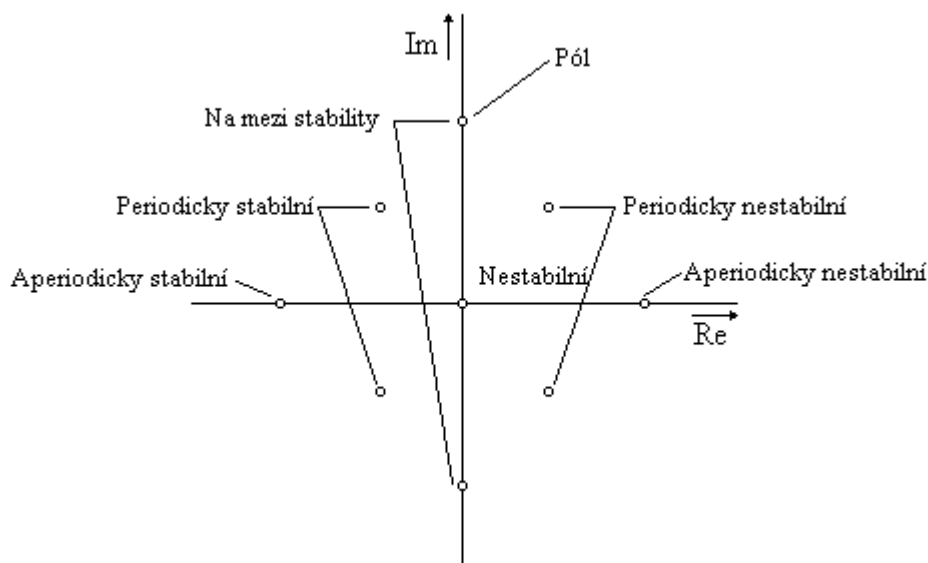
Vyřešením rovnice se dostanou kořeny charakteristické rovnice c_1 a c_2 (též póly). Poté lze určit časové konstanty soustavy:

$$T_1 = -\frac{1}{c_1}, \quad T_2 = -\frac{1}{c_2} \quad (2-28)$$

Dle hodnoty časových konstant lze určit typ soustavy a stabilitu soustavy. Kořeny mohou být reálné, nebo komplexní.

Stabilita soustav:

Pro spojitě soustavy prvního a druhého řádu je nutnou a postačující podmínkou stability to, aby reálná část kořenů charakteristické rovnice ležela v levé části komplexní roviny (musí být záporné) viz Obr. 2-3 Možné umístění pólů soustavy.



Obr. 2-3 Možné umístění pólů soustavy

Podle druhu kořenů lze tedy určit, o jakou soustavu se jedná.

2.4 Identifikace a matematické modely soustav

Identifikace a simulace soustav slouží k poznávání vlastností simulovaných soustav. Díky simulaci (vytvoření matematického modelu) je možné na zkoumané soustavě provádět různé experimenty a měření. Identifikace soustav nám zároveň může pomoci naléznout vhodné parametry regulátorů (konstanty P – proporcionální, I – integrační, D – derivační pro spojité regulátory a P – proporcionální, S – sumační, D – diferenční pro diskrétní regulátory), a to tak, že při znalosti přenosové funkce soustavy lze pomocí vhodné metody parametry regulátorů spočítat. Výhodou matematického modelu je, že není zapotřebí mít fyzikální (reálnou) soustavu a tudíž se nemusíme obávat například zničení této soustavy a s tím spojené zvýšení finančních nákladů. Nevýhodou matematických modelů je, že nelze vytvořit model, který by reálný systém dokonale popisoval (využívá se zjednodušení systému, výskyt poruch, které nejsou měřeny apod.).

K identifikaci soustav se můžou použít dva základní principy. Prvním je experimentální identifikace a druhým identifikace analytická (matematicko-fyzikální).

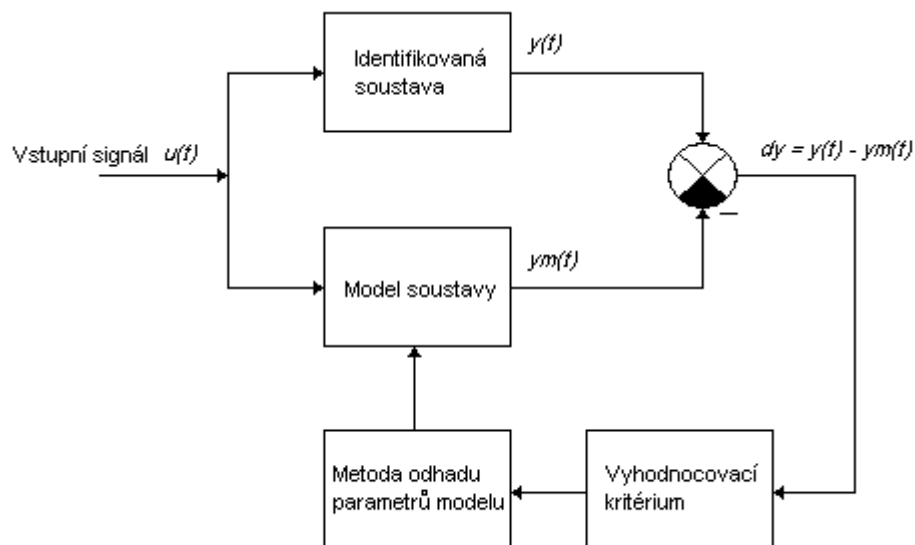
Identifikace soustavy spočívá ve vyšetření její dynamických vlastností a vytvoření jejího matematického modelu. Existují dvě základní rozdělení identifikací:

- **Analytická identifikace** – slouží k vytvoření matematického modelu soustavy a popisu její dynamiky bez nutnosti fyzické realizace. Výhodou je, že není třeba mít fyzický model soustavy a tudíž jsou nižší náklady na vývoj. Nevýhodou je, že je třeba mít detailní znalosti o fyzikálních procesech a jejich přesný popis.
- **Experimentální identifikace** - slouží k vytvoření matematického modelu soustavy a popisu její dynamiky pomocí experimentálních metod na fyzické soustavě. Nevýhodou je, že je třeba mít přímo fyzickou (fyzicky realizovanou) soustavu, na které se identifikace provádí. Dále je třeba mít potřebné přístroje k provádění měření na soustavě. Výhodou je, že není třeba mít takové důkladné znalosti o fyzikálních vlastnostech soustavy.

Často je třeba v praxi obě metody kombinovat. Například lze analytickou identifikací vytvořit matematický model soustavy a následně experimentální identifikací lze upřesnit parametry soustavy. Obecné blokové schéma pro identifikační proces je zobrazen na obrázku Obr. 2-4.

Dále rozdělujeme identifikaci na on-line a off-line:

- **Při on-line identifikaci** se provádí vyhodnocení parametrů modelu v reálném čase (okamžitě, jednorázově). Je při ní nutné mít řídicí počítač připojený přímo na fyzikální soustavu. Využívají se tzv. rekursivní algoritmy. To jsou algoritmy, které vyhodnocují parametry modelu průběžně po každém změření vstupu a výstupu (po každém změření se ihned provede upřesnění parametrů modelu).
- **Při off-line identifikaci** se data nevyhodnocují ihned, ale po změření se ukládají a následně se zpracovávají a stanovují se parametry modelu (data se vyhodnocují v dávkách). Dále není třeba mít řídicí počítač přímo propojený se soustavou, protože se vyhodnocování obvykle provádí mimo ni. Využívají se nerekursivní algoritmy vyhodnocování parametrů modelu (jednorázové vyhodnocení).



Obr. 2-4 Obecné blokové schéma identifikačního procesu

[1]

Matematické modely soustav lze rozdělit na:

- **Parametrické modely** – představují algebraické vztahy a rovnice, které explicitně obsahují parametry soustavy. Jsou popsány diferenciálními nebo diferenčními rovnicemi a přenosy.
- **Neparametrické modely** – představují vztahy mezi vstupem a výstupem soustavy (např. přechodovou funkci), která se popisuje buď graficky, nebo tabulkou naměřených hodnot. Parametry soustavy v tomto modelu nejsou implicitně obsaženy, ale lze je získat vyhodnocením neparametrického modelu.

[1]

2.5 Matematické modely základních přenosových členů

2.5.1 Proporcionální člen (P)

Proporcionální člen určuje proporcionální vztah mezi vstupem a výstupem (zesílení).

Je popsán rovnicí:

$$y(t) = K \cdot u(t), \text{ kde } K \text{ je zesílení} \quad (2-29)$$

Přenos v Laplaceově transformaci:

$$G(s) = K \quad (2-30)$$

Frekvenční přenos:

$$G(j\omega) = K \quad (2-31)$$

Průběh amplitudy:

$$A(j\omega) = |G(j\omega)| = K \quad (2-32)$$

Průběh fáze:

$$\varphi(j\omega) = 0 \quad (2-33)$$

[1]

2.5.2 Proporcionální člen se setrvačností 1. řádu

Proporcionální člen se setrvačností 1. řádu má odezvu na skokový vstupní signál ve tvaru exponenciální funkce a je popsán lineární diferenciální rovnicí s konstantními koeficienty 1. řádu:

$$T \cdot y'(t) + y(t) = K \cdot u(t) \quad (2-34)$$

$$\text{kde } K = \frac{y(\infty)}{u(\infty)} \quad (2-35)$$

Přenos v Laplaceově transformaci (pro nulovou počáteční podmínku $y(t_0) = 0$):

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} \quad (2-36)$$

Frekvenční přenos:

$$G(j\omega) = \frac{K}{T(j\omega) + 1} \Rightarrow \omega = \frac{1}{T} \Rightarrow G(j\omega) = K \frac{1 - j \cdot \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_c}} \quad (2-37)$$

Průběh amplitudy:

$$A(j\omega) = |G(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \quad (2-38)$$

Průběh fáze:

$$\varphi(j\omega) = \text{arctg} \frac{\text{Im}\{G(j\omega)\}}{\text{Re}\{G(j\omega)\}} = -\text{arctg} \frac{\omega}{\omega_0} \quad (2-39)$$

[1]

2.5.3 Proporcionální člen se setrvačností 2. řádu

Proporcionální člen 2. řádu je popsán přenosem v Laplaceově transformaci:

$$G(s) = \frac{K}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{T_2}, \xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow G(s) = \frac{K}{T_0^2 s^2 + 2\xi T_0 s + 1} \quad (2-40)$$

Kde $\xi \in [0,1]$ je součinitel poměrného tlumení a ω_0 úhlová frekvence netlumených kmitů.

Průběh odezvy proporcionálního členu se setrvačností druhého řádu závisí na kořenech charakteristického polynomu (póly přenosu) a koeficientu poměrného tlumení ξ :

- Kmitavý průběh – dva komplexně sdružené kořeny.
- Aperiodický průběh – záporné kořeny.

[1]

2.5.4 Integrační člen (I)

Integrační člen je dynamický systém, který je popsán rovnicí:

$$y(t) = \frac{1}{T_I} \cdot \int_0^t u(\tau) d\tau + y(t_0) \quad (2-41)$$

Kde T_I je časová konstanta.

Přenos v Laplaceově transformaci (pro nulovou počáteční podmínku $y(t_0) = 0$):

$$G(s) = \frac{1}{T_I s} \quad (2-42)$$

Frekvenční přenos:

$$G(j\omega) = \frac{1}{T_I \cdot j\omega} \quad (2-43)$$

Průběh amplitudy:

$$A(j\omega) = \frac{1}{T_I \cdot \omega} \quad (2-44)$$

Průběh fáze:

$$\varphi(j\omega) = -\frac{\pi}{2} \quad (2-45)$$

[1]

2.5.5 Derivační člen (D)

Derivační člen derivuje vstupní signál a je popsán rovnicí:

$$y(t) = T_D \cdot \frac{du(t)}{dt} \quad (2-46)$$

Kde T_D je časová konstanta.

Přenos v Laplaceově transformaci (pro nulovou počáteční podmínku $y(t_0) = 0$):

$$G(s) = T_D s \quad (2-47)$$

Frekvenční přenos:

$$G(j\omega) = T_D \cdot j\omega \quad (2-48)$$

Průběh fáze:

$$\varphi(j\omega) = \frac{\tau}{2} \quad (2-49)$$

[1]

2.6 Rozdělení modelů

2.6.1 Model ARX

ARX - Auto Regressive with eXternal input. Je to nejjednodušší model. Lze jej popsat rovnici:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (2-50)$$

Nebo jej lze popsat rovnici v Z-transformaci:

$$a(z) \cdot y(k) = b(z) \cdot u(k) + e(k) \quad (2-51)$$

$$y(k) = \frac{b(z)}{a(z)} \cdot u(k) + \frac{1}{a(z)} \cdot e(k) \quad (2-52)$$

Kde $u(k)$ je vstup, $y(k)$ je výstup, $e(k)$ je chybový člen a $a(z)$ a $b(z)$ jsou koeficienty polynomů.

[5]

2.6.2 Model ARMAX

ARMAX – Auto Regressive Moving Average with eXogenous variable. Tento model se používá pro dynamický popis poruchových signálů, které výrazně ovlivňují výstup soustavy a jsou měřitelné. Popisují jej rovnice:

$$a(z) \cdot y(k) = b(z) \cdot u(k) + c(z) \cdot e(k) \quad (2-53)$$

$$y(k) = \frac{b(z)}{a(z)} \cdot u(k) + \frac{c(z)}{a(z)} \cdot e(k) \quad (2-54)$$

Kde $u(k)$ je vstup, $y(k)$ je výstup, $e(k)$ je chybový člen a $a(z)$, $c(z)$ a $b(z)$ jsou koeficienty polynomů.

[5]

2.6.3 Model OE

OE – Output Error. Je to model s chybou výstupu. Nezahrnuje dynamický popis poruchových signálů. Je možné jej popsat rovnicemi:

$$a(z) \cdot y(k) = b(z) \cdot u(k) + e(k) \quad (2-55)$$

$$y(k) = \frac{b(z)}{a(z)} \cdot u(k) + \frac{1}{a(z)} \cdot e(k) \quad (2-56)$$

Kde $u(k)$ je vstup, $y(k)$ je výstup, $e(k)$ je chybový člen a $a(z)$ a $b(z)$ jsou koeficienty polynomů.

[5]

2.6.4 Model BJ

BJ – Box Jenkins. Poruchové signály jsou modelovány odděleně od dynamického popisu soustavy.

[5]

2.7 Metody identifikace

Existuje více metod identifikace. Hrubé rozdělení bylo rozepsáno výše (kapitola 2.4). Dále lze uvést již konkrétní principy metod využívaných k identifikaci.

2.7.1 Aproximace frekvenční charakteristiky

Je založena na tom, že je znám grafický průběh amplitudové frekvenční charakteristiky. Je-li tomu tak, je možné tento přenos aproximovat přenosy základních přenosových členů. Jejich body zlomu jsou potom časové konstanty soustavy. Výsledný přenos soustavy se získá součinem jednotlivých aproximačních přenosů.

Nevýhodou je, že se přenos získá pouze aproximací amplitudové části frekvenční charakteristiky. To omezuje použití metody pouze na soustavy s minimální fází (ne vždy je známo jestli identifikovaná soustava je soustava s minimální fází).

[1]

2.7.2 Vyhodnocení frekvenčních charakteristik

Je založena na znalosti odezvy soustavy na harmonický vstupní signál:

$$u = 1 \cdot \sin(\omega t) \quad (2-57)$$

Pro různé frekvence ω_i . Tímto získáme přenosy pro jednotlivé frekvence:

$$G(j\omega) = I(\omega) + V(\omega) \quad (2-58)$$

Kde:

$$\begin{aligned} U(\omega) &= I(\omega) \cdot \cos(\varphi - \varphi_0) \\ V(\omega) &= I(\omega) \cdot \sin(\varphi - \varphi_0) \end{aligned} \quad (2-59)$$

Tento přenos lze aproximovat přenosem ve tvaru:

$$G(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + \dots + b_1(j\omega) + b_0}{a_n(j\omega)^n + \dots + a_1(j\omega) + a_0} \quad (2-60)$$

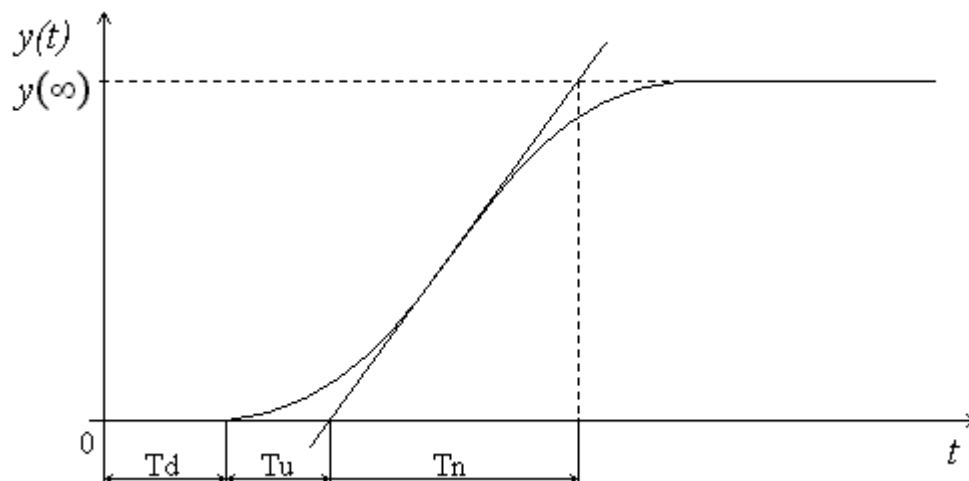
Nyní se musí určit stupně polynomů v čitateli a jmenovateli přenosu (n,m) a hodnoty neznámých koeficientů $a_n - a_1$ a $b_m - b_0$.

[1]

2.7.3 Aproximace přechodových charakteristik

Tato metoda vychází z aproximace experimentálně změřené přechodové charakteristiky identifikované soustavy. Je to deterministická metoda vhodná tam, kde je velikost náhodného šumu zanedbatelná. Tato metoda je patří mezi důležité praktické metody identifikace.

Pro správnou identifikaci je nutné správně vyhodnotit tvar přechodové charakteristiky (určit o jaký typ soustavy se jedná). Dále se sestrojí tečna k přechodové charakteristice v jejím inflexním bodě. (viz Obr. 2-5).



Obr. 2-5 Vyhodnocení přechodové charakteristiky soustavy [1]

T_d je dopravní zpoždění,

T_u je doba průťahu,

T_n je doba náběhu,

$$\tau = \frac{T_u}{T_n} \quad (2-61)$$

Zároveň je možné přímo určit přenos dopravního zpoždění:

$$G_{T_d}(s) = e^{-s T_d} \quad (2-62)$$

Dále zjištění přenosu samotné soustavy se využije (dle jejího typu) jedné z následujících aproximací.

[1]

Aproximace proporcionální soustavou se setrvačností 1. řádu

Tato aproximace se používá pro soustavy, které mají nulové dopravní zpoždění a přechodová charakteristika má podobný průběh jako průběh odezvy proporcionálního členu se setrvačností prvního řádu. Potom je přenos $G(s)$:

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} \quad (2-63)$$

Kde $K = \frac{y(\infty)}{u(\infty)}$ a T je časová konstanta zjištěná z přechodové charakteristiky.

[1]

Aproximace přechodové charakteristiky s kmitavým průběhem

V případě, že přechodová charakteristika má kmitavý charakter (viz Obr. 2-6), použije se aproximace proporcionální soustavou se setrvačností druhého řádu s přenosem $G(s)$:

$$G(s) = \frac{K}{T_0^2 s^2 + 2\xi T_0 s + 1} \quad (2-64)$$

Kde:

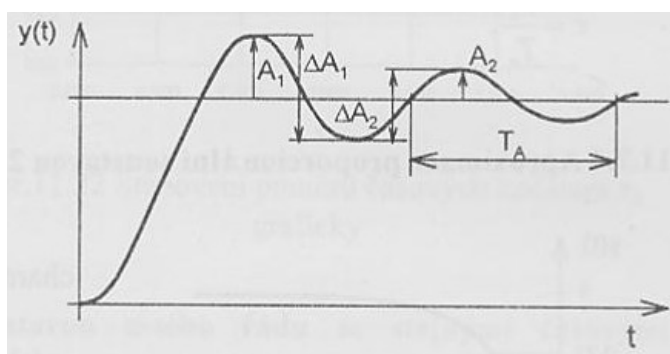
$$K = \frac{y(\infty)}{u(\infty)} \quad (2-65)$$

Logaritmický dekrement útlumu:

$$\vartheta = 1 \frac{A_1}{A_2} \quad (2-66)$$

$$\xi = \frac{\vartheta}{\sqrt{4\pi^2 + \vartheta^2}} \quad (2-67)$$

$$T_0 = \frac{T_A}{2\pi} \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2-68)$$



Obr. 2-6 Soustava s kmitavým průběhem [1]

[1]

Aproximace přechodové charakteristiky s aperiodickým průběhem

V případě, že má změřená přechodová charakteristika aperiodický průběh (viz Obr. 2-7),

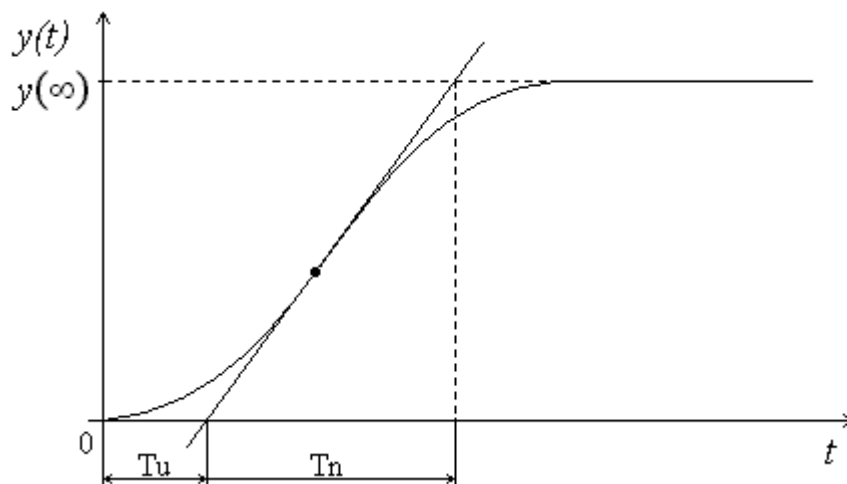
vypočítá se hodnota parametru $\tau = \frac{\tau}{T_n}$:

Pokud $\tau < 1$, použije se aproximace soustavou druhého řádu s rozdílnými časovými konstantami s přenosem $G(s)$:

$$G(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)} \quad (2-69)$$

Pokud $\tau \geq 1$, použije se aproximace proporcionální soustavou n-tého řádu se stejnými časovými konstantami s přenosem $G(s)$:

$$G(s) = \frac{K}{(Ts + 1)^n} \quad (2-70)$$



Obr. 2-7 Aperiodický průběh přechodové charakteristiky [1]

[1]

Aproximace proporcionální soustavou 2. řádu s rozdílnými časovými konstantami

Jestliže $\tau < 1$, použijeme aproximaci proporcionální soustavou druhého řádu s rozdílnými časovými konstantami s přenosem $G(s)$ (viz rovnice 2-69).

Postup výpočtu parametrů:

Pro výpočet K se použije rovnice 2-65.

Pro hodnotu $0,72y(\infty)$ se z přechodové charakteristiky odečte čas t_1 a vypočte součet časových konstant:

$$T_1 + T_2 = \frac{t_1}{1,2564} \quad (2-71)$$

Vypočte se čas t_2 :

$$t_2 = 1,3574 \cdot (T_1 + T_2) \quad (2-72)$$

Z přechodové charakteristiky se odečte hodnota $y(t_2)$.

[1]

Aproximace proporcionální soustavou n -tého řádu se stejnými časovými konstantami

Jestliže $\tau \geq 1$, použijeme aproximaci proporcionální soustavou n -tého řádu s rozdílnými časovými konstantami (viz Obr. 2-8) s přenosem $G(s)$:

$$G(s) = \frac{K}{(Ts + 1)^n} \quad (2-73)$$

Postup výpočtu parametrů:

Pro výpočet K se použije rovnice 2-65.

- Přechodová charakteristika se normuje dle ustálené hodnoty výstupu $y(\infty)$.
- Sestrojí se tečna v inflexním bodě a určí se hodnota τ .
- Podle velikosti hodnoty τ se z tabulky **8.5-1** určí nejbližší vyšší hodnota řádu aproximační soustavy a souřadnici inflexního bodu y_i (z důvodu možné nepřesnosti při odečítání hodnoty z grafu).

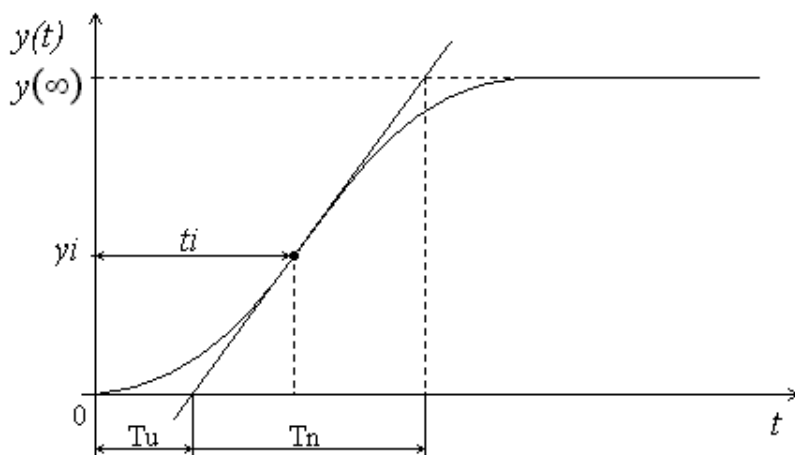
n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
τ	0,104	0,218	0,319	0,41	0,493	0,57	0,642	0,709	0,773
y_i	0,264	0,327	0,359	0,371	0,384	0,394	0,401	0,407	0,413

Tabulka 2-1 Stanovení řádu n aproximační soustavy a zpřesnění polohy inflexního bodu [1]

Podle souřadnice inflexního bodu y_i se z grafu přechodové charakteristiky odečte hodnota t_i .

Určíme hodnotu časové konstanty T :

$$T = \frac{t_i}{n-1}, \quad T = \frac{T_i - T_d}{n-1} \text{ pro } T_d \neq 0 \quad (2-74)$$



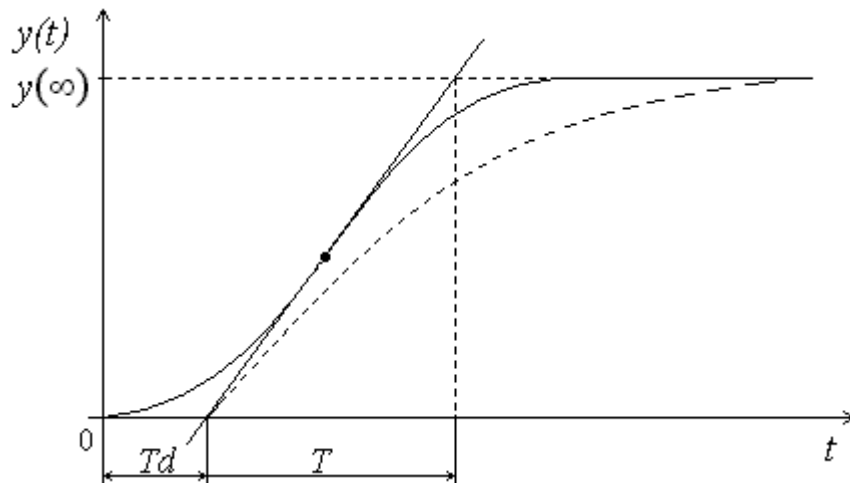
Obr. 2-8 Aproximace proporcionální soustavou n -tého řádu se stejnými časovými konstantami

[1]

[1]

Aproximace přechodových charakteristik s dopravním zpožděním

Dopravní zpoždění – je definováno jako zpoždění průchodu signálu soustavou (zpoždění, se kterým se změna na vstupu projeví na výstupu). Může být již v soustavě obsaženo nebo jej lze úmyslně zavést. Označuje se T_d (viz Obr. 2-9).



Obr. 2-9 Přechodová charakteristika soustavy s dopravním zpožděním T_d [1]

Jestliže soustava obsahuje dopravní zpoždění T_d použije se aproximace přechodové charakteristiky soustavou s přenosem $G(s)$:

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1} \cdot e^{-T_d s} \quad (2-75)$$

Stanovení konstant K , T a T_d lze provést:

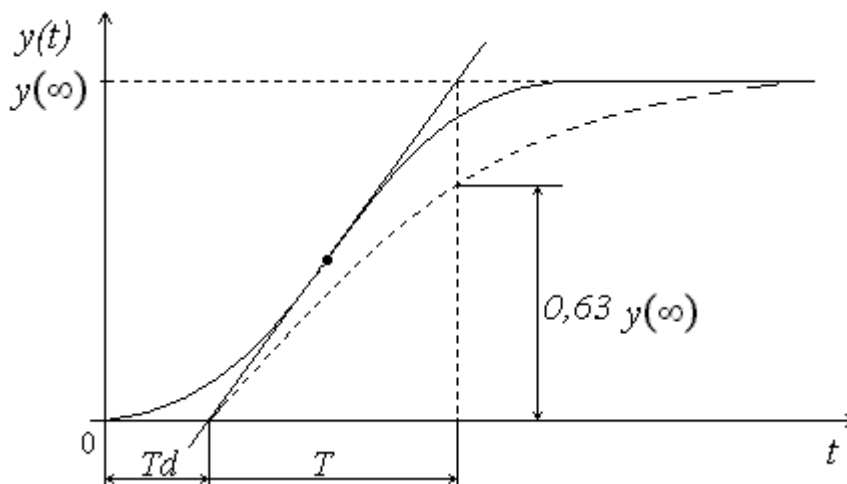
- Aproximace pomocí tečny v inflexním bodě.
- Aproximace pomocí sečny v inflexním bodě.
- Aproximace pomocí dvou bodů odezvy.
- Aproximace přenosem 2. Řádu.

[1]

Aproximace pomocí tečny v inflexním bodě

Pro výpočet K se použije rovnice 2-65.

Časové konstanty T (čas mezi bodem, kdy tečna protne časovou osu t a bodem, kdy tečna protne osu hodnoty $y(\infty)$) a T_d (čas mezi bodem 0 a bodem, kdy tečna protne časovou osu t) se určí z grafu přechodové charakteristiky (viz Obr. 2-10).



Obr. 2-10 Aproximace pomocí tečny v inflexním bodě [1]

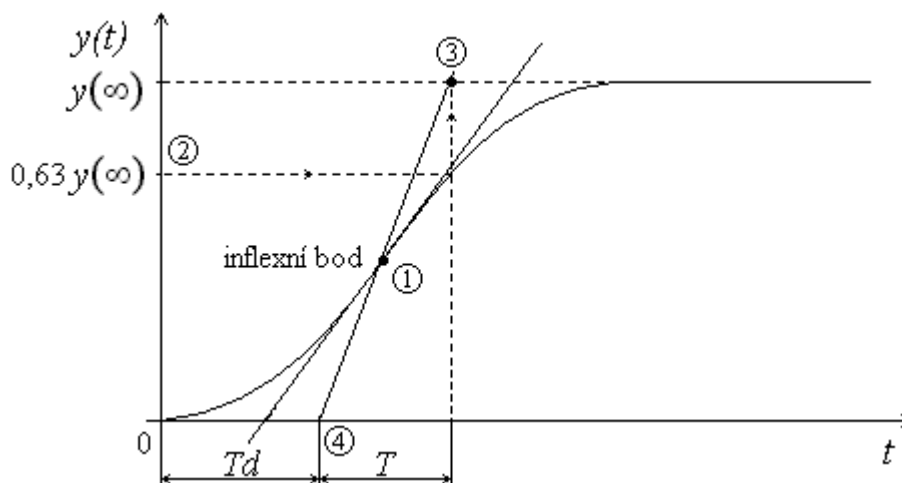
[1]

Aproximace pomocí sečny v inflexním bodě

Aproximaci pomocí sečny v inflexním bodě ukazuje Obr. 2-11.

Pro výpočet K se použije rovnice 2-65.

- Určí se inflexní bod (1) a hodnota $0,63y(\infty)$ (2).
- Pro časový okamžik $0,63y(\infty)$ se určí bod (3) na ose hodnoty $y(\infty)$.
- Přímka procházející body (1) a (3) určí na časové ose t bod (4).
- Určí se časové konstanty T a T_d .



Obr. 2-11 Aproximace pomocí sečny v inflexním bodě [1]

[1]

Aproximace pomocí dvou bodů odezvy

Aproximaci pomocí dvou bodů odezvy ukazuje Obr. 2-12.

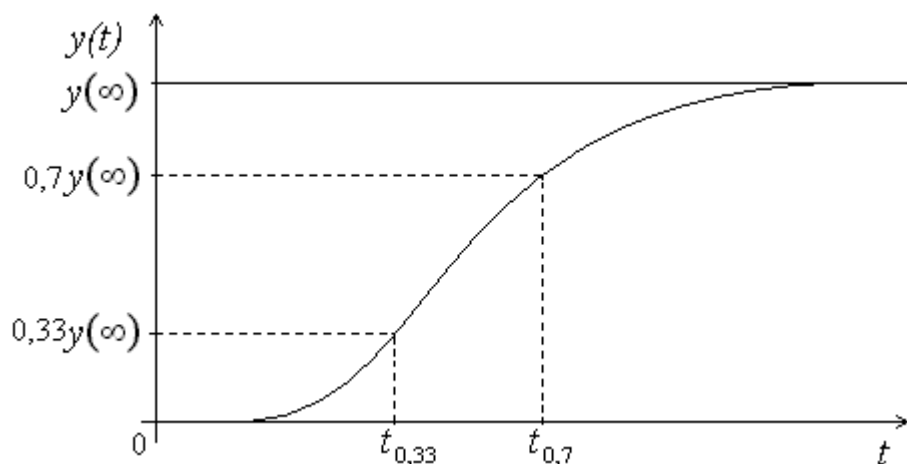
Pro výpočet K se použije rovnice 2-65.

Určí se hodnoty $0,7y(\infty) = y_{0,7}$ a $0,33y(\infty) = y_{0,33}$ a jim odpovídající časy ($t_{0,7}$ a $t_{0,33}$).

Určí se konstanty T a T_d dle vztahů:

$$T_d = 0,498 \cdot t_{0,33} - 0,498 \cdot t_{0,7} \quad (2-76)$$

$$T = 0,245 \cdot (t_{0,7} - t_{0,33}) \quad (2-77)$$



Obr. 2-12 Aproximace pomocí dvou bodů odezvy [1]

[1]

Aproximace přenosem druhého řádu

Při aproximaci přenosem druhého řádu se použije systém s přenosem $G(s)$:

$$G(s) = \frac{K}{(Ts + 1)^2} \cdot e^{-\tau_d s}$$

Pro výpočet K se použije rovnice 2-65.

Časové konstanty se určí stejně jako v případě aproximace dvou bodů odezvy ($y_{0,7}, t_{0,7}$ a $y_{0,33}, t_{0,33}$) a konstanty se vypočítají dle vztahů:

$$T_d = 0,937 \cdot t_{0,33} - 0,937 \cdot t_{0,7} \quad (2-78)$$

$$T = 1,794 \cdot (t_{0,7} - t_{0,33}) \quad (2-79)$$

[1]

Metoda nejmenších čtverců

Je to metoda pro odhad parametrů modelu (parametrizace modelu), která se provádí na základě změřené přechodové charakteristiky. Hledá se polynom ve tvaru

$$P_k = p_0 + p_1 x + \dots + p_k \cdot x^k \quad (2-80)$$

Dále se hledají se takové parametry modelu p_0, p_1 až p_k aby byl součet kvadrátů chyb minimální. Jeho minimalizačním kritériem vektoru parametrů \vec{p} pro dvojice změřených dat vstupu a výstupu (x_i, y_i) je vztah:

$$J = \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2 \rightarrow \min \quad (2-81)$$

kde N je počet měření.

Konkrétní odvození výpočtu:

Nejdříve je zapotřebí zvolit řád aproximačního polynomu, který určuje stupeň n polynomů v čitateli a jmenovateli přenosu.

$$G(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (2-82)$$

Přenos lze také přepsat do tvaru rovnice n -tého řádu s neznámými koeficienty:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n)$$

Tuto rovnici lze ještě přepsat do tzv. „regresního“ tvaru neboli regresního modelu:

$$y(k) = - \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^n b_i u(k-i) \quad (2-83)$$

Tento regresní tvar rovnice platí pouze pro ideální model. Pro reálný je třeba ji doplnit o chybu ε :

$$y(k) = - \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^n b_i u(k-i) + \varepsilon(k) \quad (2-84)$$

Tuto rovnici lze ještě přepsat do maticového tvaru:

$$y = W \cdot p + \varepsilon \quad (2-85)$$

$$\vec{p} = (W^T \cdot W)^{-1} \cdot W^T \cdot y$$

(2-86)

Kde:

ε je chybový vektor:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon(k) \\ \varepsilon(k+1) \\ \vdots \\ \varepsilon(k+l) \end{bmatrix} \quad (2-87)$$

Vektor y je vektor výstupu:

$$y = \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ \vdots \\ y(k+l) \end{bmatrix} \quad (2-88)$$

Vektor p je vektor parametrů modelu:

$$p = \begin{bmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_n \\ b_0 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (2-89)$$

Matice W :

$$W = \begin{bmatrix} -y(k-1) & \dots & -y(k-n) & ; & u(k-1) & \dots & u(k-n) \\ -y(k) & \dots & -y(k-n+1) & ; & u(k) & \dots & u(k-n+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & ; & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y(k+l-1) & \dots & -y(k-n+l) & ; & u(k+l-1) & \dots & u(k-n+l) \end{bmatrix} \quad (2-90)$$

Matice W^T je matice transponovaná matice W .

Je nutné splnit minimalizační kritérium:

$$J(p) = \sum_{j=1}^{L_+} (j, p) \Rightarrow J(p) = \varepsilon(p) \quad (2-91)$$

Z minimalizačního kritéria vyplývá, že je možné vypočítat vektor parametrů \vec{p} dle vztahu 2-85.

Počet parametrů p lze ovlivnit počtem sloupců matice W . Počet parametrů a lze ovlivnit počtem sloupců s hodnotami výstupů y . Pro jeden parametr a (soustava prvního řádu) je použit pouze jeden sloupec výstupů. Pro dva parametry a (soustava druhého řádu – třetí parametr $a_2 = 1$) jsou použity dva sloupce výstupů.

Počet parametrů b lze ovlivnit rovněž počtem sloupců, tentokrát ale vstupů u . Pro jeden parametr je použit jeden sloupec vstupů a pro dva parametry jsou použity dva sloupce vstupů.

Identifikace dopravního zpoždění

Dopravní zpoždění představuje dobu, o kterou se výstupní signál zpozdí oproti vstupnímu. To znamená, že se změna vstupního signálu projeví na výstupu s určitým zpožděním.

Dopravní zpoždění v časové oblasti:

$$y(t) = x(t - \tau_d) \quad (2-92)$$

Dopravní zpoždění v Laplaceově transformaci:

$$Y(s) = X(s) \cdot e^{-\tau_d s} \quad (2-93)$$

Diskrétní dopravní zpoždění:

$$y(k) = x(k - \tau_d) \quad (2-94)$$

Kde k je jeden krok

Dopravní zpoždění v diskrétním tvaru znamená posunutí výstupu oproti vstupu o určitý počet kroků.

Dopravní zpoždění v Z – transformaci:

$$Y(z) = X(z) \cdot z^{-\frac{\tau_d}{T_{vz}}} \quad (2-95)$$

Kde T_{vz} je perioda vzorkování

2.8 Volba metody identifikace

Volba vhodné identifikační metody je důležitá pro nalezení co nejpřesnějšího modelu soustavy. Její výběr závisí zejména na:

- Volba testovacího signálu – volí se s ohledem na jeho realizovatelnost a možnosti buzení soustavy.
- Zvolení identifikovaného matematického modelu.
- Stanovení postupu vyhodnocení naměřených dat (volba vlastní identifikační metody).
- Způsob verifikace získaného modelu soustavy – určení do jaké míry se model soustavy shoduje s identifikovanou soustavou. Může se provádět subjektivním hodnocením, porovnáním přechodových charakteristik soustav, číselným vyjádřením míry shody (např. Akaikeho informační kritérium).
- Velikost poruchového signálu a možnosti jejich odstranění – např. filtrací apod.

Vstupní signály

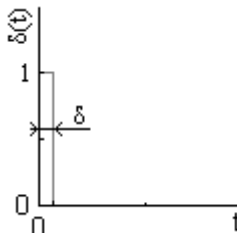
Při identifikaci se používají deterministické signály. Většinou se jedná o skokové změny vstupní veličiny. Dále je za potřebí, aby byla soustava vybudena v celém svém frekvenčním rozsahu.

Nejčastěji používané vstupní (testovací) deterministické signály:

- **Jednotkový impuls (Diracův impuls), (viz Obr. 2-13):**

Odezva soustavy na jednotkový impuls se nazývá impulsní charakteristika $g(t)$:

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt} \quad \delta \rightarrow \quad (2-96)$$



Obr. 2-13 Diracův impuls

[1]

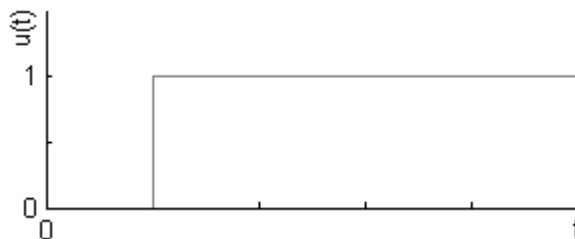
- **Heavisideův skok (viz Obr. 2-14):**

Odezva soustavy na Heavisideův skok se nazývá přechodová charakteristika $h(t)$.

$$u(t) = A \cdot \eta(t)$$

$$u(t) = 0 \text{ pro } t < 0$$

$$u(t) = A \text{ pro } t \geq 0$$



Obr. 2-14 Přechodová charakteristika $h(t)$

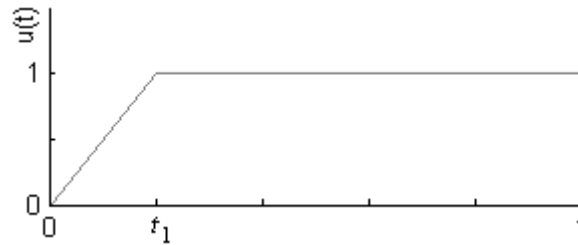
[1]

- **Reálný skok (rampová funkce), (viz Obr. 2-15):**

$$u(t) = 0 \text{ pro } t < 0$$

$$u(t) = \frac{1}{t_1} t \text{ pro } 0 \leq t < t_1$$

$$u(t) = 1 \text{ pro } t_1 \leq t < \infty$$



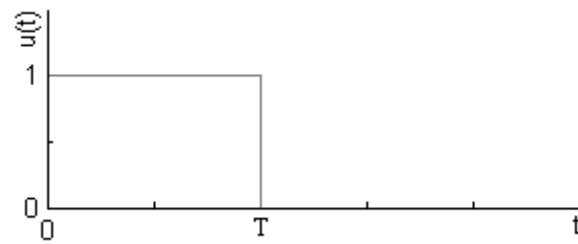
Obr. 2-15 Reálný skok

[1]

- **Pravoúhlý impuls (viz Obr. 2-16):**

$$u(t) = 1 \text{ pro } 0 \leq t < T$$

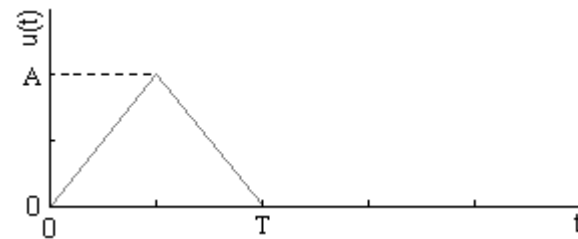
$$u(t) = 0 \text{ pro } T \leq t < \infty$$



Obr. 2-16 Pravoúhlý impuls

[1]

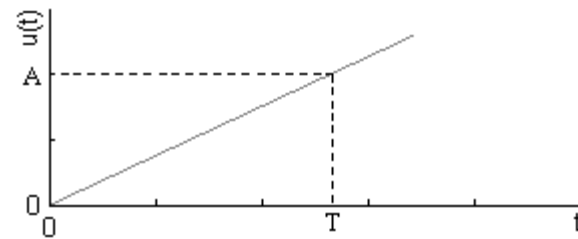
- **Trojúhelníkový impuls (viz Obr. 2-17):**



Obr. 2-17 Trojúhelníkový impuls

[1]

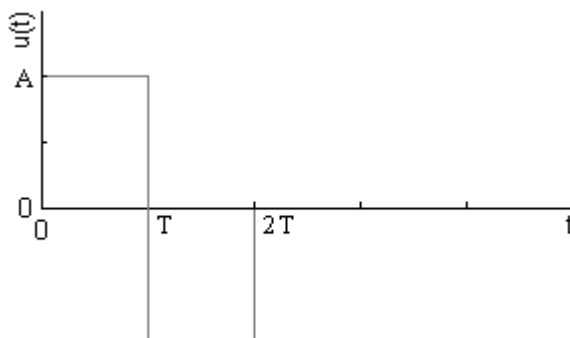
- **Skok rychlosti (viz Obr. 2-18):**



Obr. 2-18 Skok rychlosti

[1]

- Dvojité impuls (viz Obr. 2-19):



Obr. 2-19 Dvojité impuls

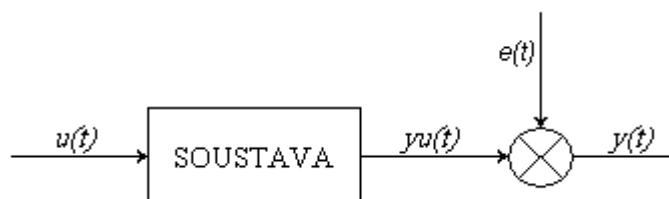
[1]

Výstupní signál

Výstupní signál $y(t)$ lineárního dynamického systému se skládá z výstupního signálu ze soustavy $y_u(t)$ a poruchového signálu $n(t)$:

$$y(t) = y_u(t) + n(t) \quad (2-97)$$

Schematické znázornění ukazuje Obr. 2-20.



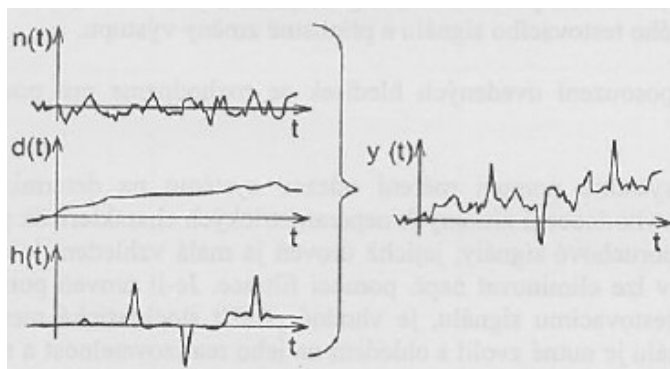
Obr. 2-20 Působení signálů na soustavu

Poruchový signál $e(t)$ se dále dělí na:

- Vysokofrekvenční kvazistacionární stochastická složka $v(t)$, který má nulovou střední hodnotu (viz Obr. 2-21).
- Nízkofrekvenční nestacionární stochastický signál $d(t)$, (viz Obr. 2-21).
- Složka poruchového signálu neznámého charakteru $h(t)$, (viz Obr. 2-21).

Skládání poruchového signálu z jednotlivých složek popisuje následující rovnice:

$$e(t) = v(t) + d(t) + h(t) \quad (2-98)$$



Obr. 2-21 Výstupní signál $y(t)$ a jeho tři složky $n(t)$, $d(t)$, $h(t)$ [1]

[1]

2.9 Zhodnocení vhodnosti modelu a volba nejvhodnějšího modelu

V případě, že již jsou určeny parametry modelu, je třeba zhodnotit (verifikovat), s jakou přesností získaný model popisuje chování identifikovaného (reálného) systému. Toto je třeba k tomu, aby bylo možné vybrat co nejvhodnější a zároveň co nejjednodušší model. K určení míry shody parametrů modelu a reálného systému slouží různá informační kritéria. Existuje jich celá řada, jako příklad lze uvést Akaikeho informační kritérium, Schwarzovo kritérium a chyba predikce.

Grafické porovnání

Pro případy, kdy máme k dispozici nějaký prohlížeč dat s např. možností vykreslení více průběhů do jednoho grafu, je možné provést porovnání míry shody pouze vizuálně. Tento způsob může být přehlednější a výhodnější pro případy, kde není nutné znát přesnou míru shody.

Akaikeho informační kritérium

Označuje se jako AIC a lze pomocí něj porovnávat dva modely nebo model a reálnou soustavu (oba modely mohou mít různý počet parametrů). Model, který má nejmenší AIC lze označit za nejvhodnější.

$$AIC = 2 \cdot p + N \cdot \ln \left(\frac{SCR}{N} \right) \quad (2-99)$$

Kde

p ... počet parametrů

N ... počet měření

SCR ... součet čtverců reziduí

$$SCR = \sum_{i=0}^{i=N} (y_i - y'_i)^2 \quad (2-100)$$

Kde

N ... počet měření

y_i ... skutečná hodnota (naměřená)

y'_i ... vypočtená hodnota (vypočtená z identifikovaného přenosu)

[6]

Schwarzovo informační kritérium

Označuje se jako SIC a lze pomocí něj porovnávat dva modely nebo model a reálnou soustavu (oba modely mohou mít různý počet parametrů). Model, který má nejnížší SIC lze označit za nejvhodnější.

$$SIC = p \cdot \ln N + N \cdot \ln \left(\frac{SCR}{N} \right) \quad (2-101)$$

Kde

p ... počet parametrů

N ... počet měření

SCR ... součet čtverců reziduí

SCR se vypočte pomocí vztahu 2-100.

[6]

Chyba predikce

Střední kvadratická chyba predikce MSE

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (y_i - y'_i)^2 \quad (2-102)$$

Kde

N ... počet měření

y_i ... skutečná hodnota (naměřená)

y'_i ... vypočtená hodnota (vypočtená z identifikovaného přenosu)

[6]

Střední kvadratická chyba predikce RMSE

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (y_i - y'_i)^2} \quad (2-103)$$

Kde

N ... počet měření

y_i ... skutečná hodnota (naměřená)

y'_i ... vypočtená hodnota (vypočtená z identifikovaného přenosu)

[6]

Střední absolutní chyba predikce MAE

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N |y_i - y'_i| \quad (2-104)$$

Kde

N ... počet měření

y_i ... skutečná hodnota (naměřená)

y'_i ... vypočtená hodnota (vypočtená z identifikovaného přenosu)

[6]

FIT index

Pro číselné porovnání se používá mnoho různých kritérií (FIT, AIC atd.). V aplikaci je použit tzv. *FIT* index, který používá i program Matlab. Vzorec pro výpočet je:

$$FIT = \left(- \frac{\sum_0^N |y - y'|}{\sum_0^N |y - \bar{y}|} \right) 100 \quad (2-105)$$

Kde

N ... počet naměřených hodnot

y ... změřená hodnota výstupu

y' ... vypočtená hodnota výstupu modelu

\bar{y} ... střední hodnota změřeného výstupu

FIT index může nabývat kladných, nebo záporných hodnot v intervalu $\{-100 \%, 100 \%\}$.

Model, který se nejvíce blíží ke 100 %, má nejmenší odchylku od skutečné soustavy.

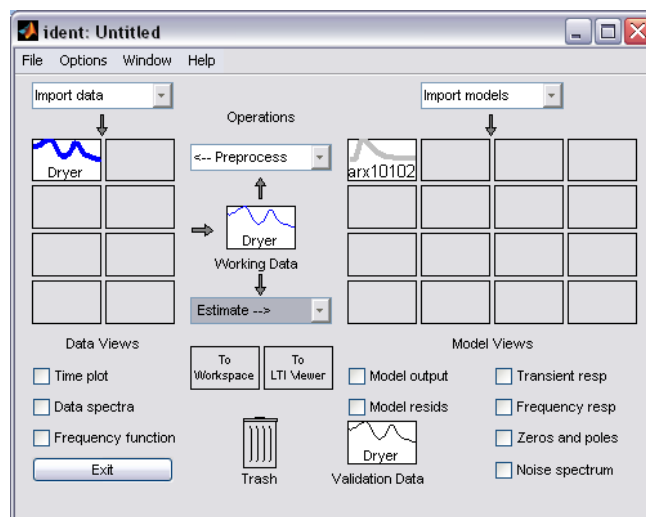
[7]

3 Přehled dostupných softwarových prostředků pro identifikaci

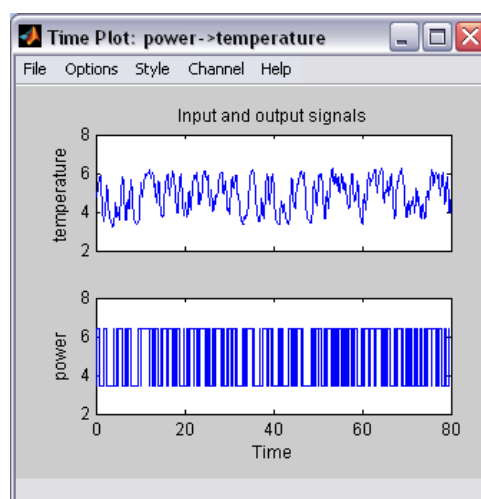
Software, který nabízí možnost identifikace soustav, není mnoho. Mezi nejznámější patří bezesporu ident v programu Matlab. Dále existuje nástroj pro identifikaci v programu LabView.

3.1 Matlab – system identification toolbox (ident)

Jedním ze zástupců skupiny softwaru pro identifikaci je Matlab, který obsahuje toolbox s názvem „System identification toolbox“ zkráceně ident. Po spuštění tento toolbox umožňuje importovat naměřená data, zobrazovat je v grafech a provádět na nich předběžné zpracování (transformace dat, filtrace, změna rozsahu dat a podobně). Graficko-uživatelské rozhraní ukazuje Obr. 3-1 a Obr. 3-2.

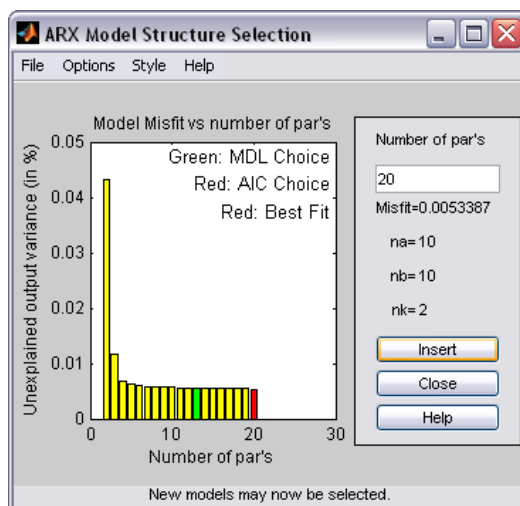


Obr. 3-1 Grafické rozhraní identu

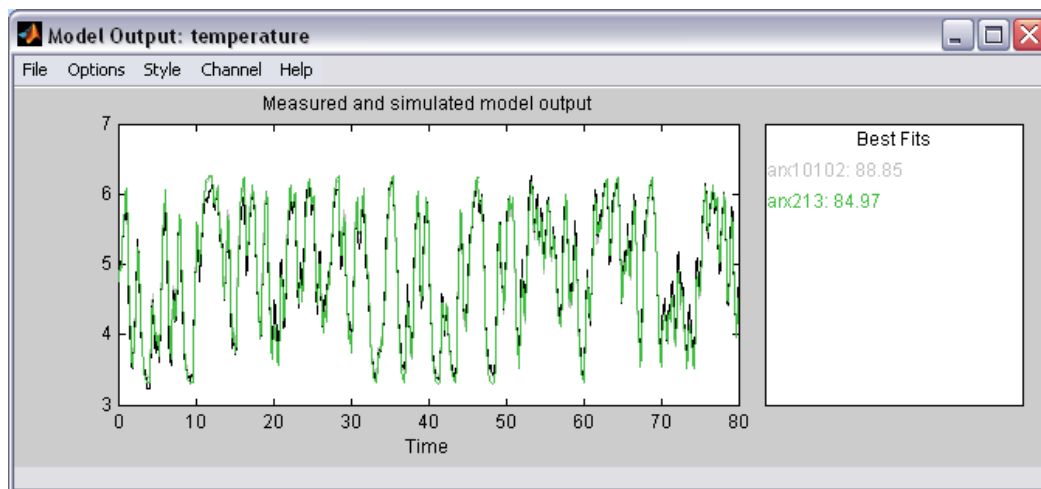


Obr. 3-2 Vykreslení vstupu a výstupu soustavy

Hlavní částí ident je identifikace soustavy z dat (odhad parametrů matematického modelu). Program nabízí více možností identifikace (např. parametrický model, korelační model atd.). Při volbě parametrického modelu je možné zvolit typ matematického modelu (ARX, ARMAX, OE, BJ, State Space) a dále provést porovnání metodou FIT indexu (např. pro ARX model program zároveň nabídne vhodný počet pólů n_a , hodnotu parametru b n_b a zpoždění n_k a grafické porovnání FIT indexů jednotlivých řádů). Dále je možné vytvořit modely různých řádů a graficky je porovnávat či zobrazit hodnoty polynomů (viz Obr. 3-3 a Obr. 3-4).



Obr. 3-3 Grafické porovnání FIT indexů

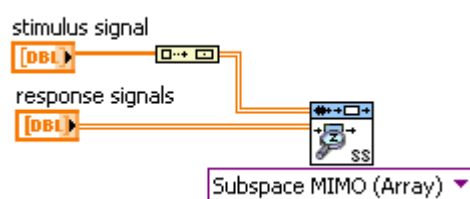


Obr. 3-4 Grafické porovnání modelů různých řádů

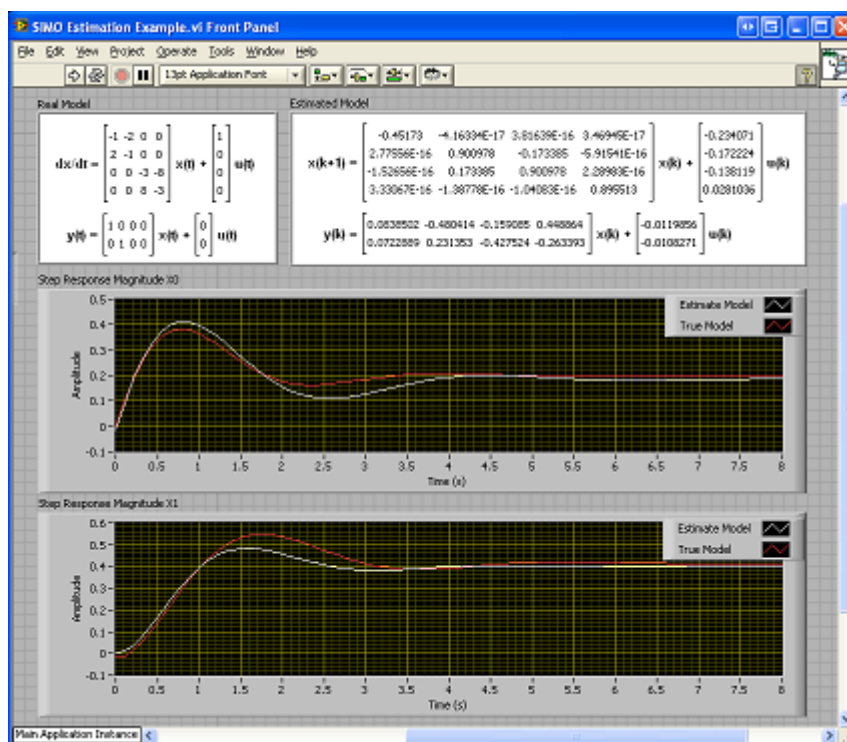
3.2 LabView – System Identification Toolkit

Jako dalšího zástupce softwaru pro identifikaci lze uvést System Identification Toolkit v programu LabView (viz Obr. 3-5 a Obr. 3-6). Je to nástroj, který umožňuje identifikovat soustavy přímo z naměřených (skutečných, reálných) dat. Umožňuje propojení s nástroji pro sběr dat.

- Možnost zobrazení přenosu ve tvaru vnitřního popisu, ve tvaru přenosu nebo ve tvaru s póly, nulami a zesílením (zero-pole-gain).
- Obsahuje možnost uložení modelu, předzpracování dat, zobrazení průběhu odezvy modelu apod.
- Ve spojení s ostatními nástroji LabView může tvořit např. adaptivní řídicí algoritmy apod.



Obr. 3-5 Ukázka z programu System Identification Toolkit [22]



Obr. 3-6 Ukázka z programu System Identification Toolkit [22]

4 Návrh a implementace aplikace

Hlavním bodem zadání bylo vytvořit aplikaci pro jednorázovou identifikaci soustav z naměřených dat. Požadavky na aplikaci jsou:

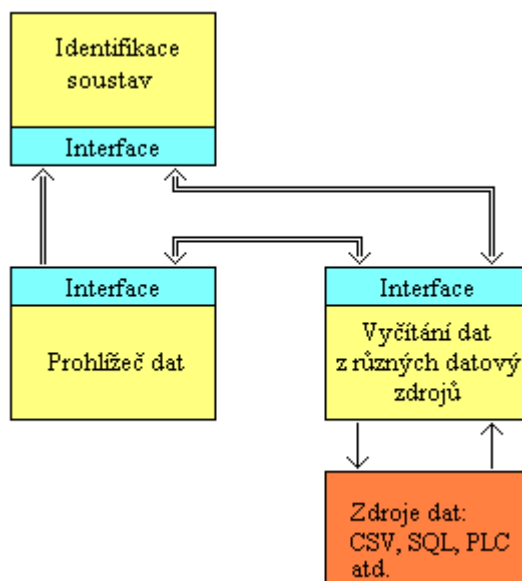
- Aplikace má být vytvořena jako spustitelná komponenta z prohlížeče dat.
- Data pro identifikaci budou vybírána z prohlížeče dat a na základě vybraného rozsahu dat (všechna data, všechna data aktuálně zobrazená v grafu nebo data vymezená kurzory).
- Data budou poskytována třetí částí kompletní aplikace, která vyčítá data z jiných zdrojů.
- Aplikace bude mít vlastní graficko-uživatelské rozhraní pro ovládání.
- Aplikace musí identifikovat soustavy prvního a druhého řádu i s dopravním zpožděním.
- Z konzultací vyplynul také požadavek, který je ovšem již nad rámec zadání. A sice by měla aplikace provést návrh regulátorů (typu PI a PID).
- Aplikace bude napsána v jazyce C#.
- Aplikace má být jednoduchá (snadná orientace v aplikaci), rychlá, spustitelná na běžném PC nebo notebooku.

4.1 Struktura aplikace

Pro tvorbu aplikace bylo vybráno vývojové prostředí Microsoft Visual Studio 2008. Celá aplikace se všemi jejími částmi se skládá z:

- První část – vyčítání dat z různých datových zdrojů
- Druhá část – zobrazení načtených dat v grafu
- Identifikace – tato část je předmětem řešení této diplomové práce. Umožňuje provést identifikaci z dat, které se vyberou a načtou z předchozích dvou částí.

Struktura celé aplikace je zachycena na Obr. 4-1.



Obr. 4-1 Struktura celé aplikace

Aplikace identifikace se bude spouštět jako samostatná komponenta prohlížeče trendů a z tohoto důvodu je vytvořena jako knihovna (s příponou .dll). Dále aplikace obsahuje knihovnu (ident.dll), která vytváří rozhraní mezi prohlížečem dat (druhá část aplikace) a oknem identifikace. Pomocí metod obsažených v této knihovně se předávají informace o signálech, se kterými se bude identifikace provádět. Tyto informace jsou dále použity pro načtení potřebných signálů přímo ze zdroje. Toto načtení zprostředkovává první část aplikace. Celé rozhraní pro identifikaci bude blíže rozepsáno níže v této kapitole.

Zároveň jsou také podchyceny všechny možné chybové stavy, které by mohly nastat. Při výskytu chyby se zobrazí okno s krátkým popisem vzniklé chyby.

K aplikaci byl také vytvořen jednoduchý UML diagram tříd (class diagram), který je v příloze č. I.

4.1.1 Rozhraní aplikace

Celá aplikace je se stavena ze dvou knihoven (.dll) – knihovna rozhraní a knihovna aplikace. Pro vyčítání dat ze zdroje je využito metod obsažených v knihovnách dataInterface a dataCSV, které jsou součástí části aplikace pro vyčítání dat z různých datových zdrojů. Pro možnost používání těchto knihoven musely tyto být přidány do referencí a musely být asociovány (using dataInterface a using dataCSV).

- **Knihovna rozhraní** zprostředkovává rozhraní mezi oknem pro identifikaci a datovým prohlížečem. V datovém prohlížeči se zavolá funkce z knihovny rozhraní, pomocí které lze spustit aplikaci identifikace s potřebnými parametry. Používá se metoda:

```
public void OpenIdent(int aSigPosIn, int aSigPosOut, aSigPosTime, int aStartIndex, int aEndIndex)
```

- o *aSigPosIn* – ukazatel na pole double, kde jsou uloženy hodnoty vstupního signálu.
- o *aSigPosOut* – ukazatel na pole double, kde jsou uloženy hodnoty výstupního signálu.
- o *aSigPosTime* – ukazatel na pole double, kde jsou uloženy hodnoty času.
- o *aStartIndex* – integer, ukazuje na první prvek v poli vstupních i výstupních hodnot, od kterých se začnou data načítat.
- o *aEndIndex* – integer, ukazuje na poslední prvek v poli vstupních i výstupních hodnot, kde načítání dat skončí.

V této metodě se vytvoří nová instance *mIdentificationWindow* třídy *IdentificationWindow* (což je třída, ve které je celý kód identifikace) s předanými parametry (*aSigPosIn*, *aSigPosOut*, *aSigPosTime*, *aStartIndex*, *aEndIndex*) a okno identifikace se zobrazí:

```
mIdentificationWindow = new IdentificationWindow(aSigPosIn, aSigPosOut, aSigPosTime, aStartIndex, aEndIndex);  
mIdentificationWindow.Show();
```

Dále knihovna rozhraní obsahuje předpis metody pro návrat hodnoty výstupu soustavy přepočítané přes model (neboli odezvu modelu soustavy na stejný vstupní signál, jaký byl použit při identifikaci):

```
public double[] GetData()
```

Tato metoda nemá žádný parametr a její tělo je napsáno v knihovně aplikace.

- **Knihovna aplikace** obsahuje rozhraní mezi aplikací identifikace a aplikací datového zdroje:

Zavolají se zde metody s knihovny `DataInterface` pro získání dat vstupu a výstupu pomocí parametrů předaných při zpuštění aplikace:

`u_td = mIde.IGetData(aSigPosIn, 1, aStartIndex, aEndIndex, true, true, false);`

`y_td = mIde.IGetData(aSigPosOut, 1, aStartIndex, aEndIndex, true, true, false);`

`mTime = mIde.IGetData(aSigPosTime, 1, aStartIndex, aEndIndex, true, true, false);`

`aStartIndex` a `aEndIndex` jsou parametry předané při otevírání okna identifikace.

Dále obsahuje tělo metody pro předání hodnot odezvy modelu na stejný vstupní signál, který byl použit při identifikaci:

```
public double[] GetData()
{
    return ym;
}
```

Vstupy do aplikace

- Vstupem do aplikace jsou naměřená data vstupu a výstupu soustavy, která má být identifikována. Dále se ještě získává signál s diskretním časem, pomocí kterého lze pomocí porovnání dvou po sobě jdoucích hodnot zjistit vzorkovací periodu. Data se vyberou při otevírání okna identifikace a automaticky se vyčtou z datového zdroje. Data jsou uloženy ve formátu jednorozměrného pole typu `double`.
- Dále je možno zvolit parametry identifikace:
 - o Řád modelu soustavy, pomocí které se bude přenos reálné soustavy aproximovat. Výchozí nastavení je první řád. Možnosti nastavení jsou první a druhý řád
 - o Násobek vzorkovací periody signálu. To slouží k tomu, aby bylo možné zvýšit vzorkovací periodu v případě zašuměného signálu. Musí se zadávat pouze kladné hodnoty (mohou být i desetinná čísla, u kterých nezáleží, jestli se použije desetinná čárka nebo desetinná tečka).
 - o Počet koeficientů v čitateli přenosu. Je možno vybrat buď jeden, nebo dva (pro výpočet spojitého přenosu musí být vybrán jeden koeficient v přenosu).

Výstupy z aplikace

- hodnoty parametrů a_0 až a_n a b_0 až b_m přenosu soustavy v Z-transformaci:

$$G(z) = \frac{b_{n-} z^{n-} + \dots + \gamma_1 z + \gamma_0}{z^n + \iota_{n-} z^{n-} + \dots + \iota_1 z + \iota_0} \quad (4-1)$$

- Vypočtené dopravní zpoždění ve spojitém tvaru a v Laplaceově transformaci.
- přepočet z diskretního tvaru přenosu na spojitý přenos s časovými konstantami pro soustavy 1. a 2. řádu dopřednou metodou popsanou v kapitolách 0 a 0.
- Vypočtené hodnoty parametrů jsou pro jednoduchou orientaci zobrazeny i ve tvaru přenosu.

- Výpočet odezvy modelu soustavy na stejný vstupní signál pro možnost vizuálního porovnání míry shody modelu s reálnou soustavou (bylo popsáno výše).
- Číselné vyjádření míry shody modelu soustavy s reálnou soustavou (pomocí FIT indexu, který využívá i program Matlab) vyjádřenou v procentech.

4.2 Vývoj části pro identifikaci

V aplikaci je použita metoda nejmenších čtverců, počítaná z naměřených dat pomocí soustavy rovnic (viz kapitola 2.7.3 Metoda nejmenších čtverců). Po identifikaci jsou vypočtené parametry zobrazeny jako výpis těchto parametrů a zároveň, pro názornější ukázkou umístění koeficientů v přenosu, ve formě přenosu.

4.2.1 Realizace výpočtu parametrů a dopravního zpoždění v jazyce C#

Identifikace dopravního zpoždění

Nejdříve se provede identifikace dopravního zpoždění. Popis dopravního zpoždění i s jeho tvary v časové oblasti, v Laplaceově a Z-transformacích byly popsány v kapitole 0 a jeho identifikace vychází těchto poznatků.

Samotná identifikace dopravního zpoždění je realizována jako porovnávání vstupu s výstupem. Jestliže je vstup nenulový a výstup je nulový, je počítán počet kroků, než se změní hodnota výstupu na nenulovou hodnotu. Tento počet kroků představuje dopravní zpoždění, které se dále přepočítává podle vzorce pro dopravní zpoždění v Z – transformaci a zobrazí se v aplikaci. Z tohoto důvodu je možno identifikovat dopravní zpoždění pouze z přechodové charakteristiky, která umožňuje provedení takového porovnání.

Aplikace nejdříve provede odečtení zjištěného dopravního zpoždění od hodnot vstupu a výstupu. Poté probíhá identifikace pouze s daty, které již dopravní zpoždění neobsahují. Výsledný přenos se pak sestává z přenosu soustavy bez dopravního zpoždění vynásobené dopravním zpožděním v příslušné transformaci.

V aplikaci se zobrazuje dopravní zpoždění ve dvou formátech:

- V časové oblasti [s]
- V Laplaceově transformaci

Výpočet parametrů

Po zadání všech parametrů, potřebných pro identifikaci (řád aproximačního polynomu, násobek vzorkovací periody, počet koeficientů v čitateli přenosu, které budou podrobněji popsány níže) a po stisku tlačítka v GUI aplikace se provede výpočet parametrů.

Postup výpočtu je po odečtení identifikovaného dopravního zpoždění od hodnot vstupů a výstupů realizován v následném pořadí:

- **Vytvoření matice W z hodnot vstupů a výstupů** – podle zvoleného řádu aproximačního polynomu (první nebo druhý) a dle zvoleného počtu koeficientů v čitateli přenosu se vytvoří matice W způsobem popsáným v kapitole 0.
- **Výpočet transponované matice W^T** – transpozice matice vytvoří z matice o rozměrech (m,n) matici o rozměrech (n,m) . Neboli prohodí řádky a sloupce.

- Vynásobení matic W a W^T .
- Výpočet inverzní matice z W^*W^T – výpočet je realizován Gauss – Jordanovou eliminační metodou.
- Násobení předchozího výsledku s transponovanou maticí.
- Nakonec se matice vzniklá pomocí předešlých kroků vynásobí se sloupcovým vektorem výstupních hodnot – tím se získají požadované parametry.

4.2.2 Převod z diskrétního tvaru na spojitý tvar s časovými konstantami

Způsobem popsaným v předchozí kapitole se získá přenos soustavy v diskrétním tvaru. Pro převod do spojitě části slouží vzorce, které jsou odvozeny níže v této kapitole. Po zhodnocení výsledků odvození a konzultací byla zvolena jako plně dostačující dopředná obdélníková metoda (náhrada zprava). Odvozené vzorce jsou vyjádřeny přímo pro časové konstanty a zesílení, tudíž v kódu do nich stačí správně dosadit identifikované parametry a vzorkovací periodu.

Pro tento účel převodu na spojitý tvar slouží tzv. metody přibližného převodu. Tento postup se nazývá tvarování signálu. Je opakem vzorkování. Existuje více metod převodu diskrétní soustavy do spojitěho tvaru s časovými konstantami. Tyto metody lze použít i pro opačný převod. Mezi tyto metody patří například:

- Zpětná obdélníková metoda (náhrada zleva).
- Dopředná obdélníková metoda (náhrada zprava).
- Tustinova aproximace (bilineární transformace).

U všech metod je princip výpočtu stejný. Všechny tři metody lze použít jak na soustavy prvního, tak i druhého řádu. Problém může nastat v tom, že u každé metody je jiný počet parametrů v čitateli (b).

V prvním kroku při získání vzorce pro výpočet časových konstant a zesílení, je třeba převést obecný přenos soustavy ve tvaru s časovými konstantami ze spojitěho tvaru do tvaru diskrétního (využívá se náhrady Laplaceova operátoru s viz níže). Z takto vzniklého přenosu a z přenosu získaného identifikací se pomocí porovnávání koeficientů u jednotlivých mocnin operátoru z jak v čitateli, tak i ve jmenovateli přenosu vytvoří soustava rovnic. V této soustavě rovnic jsou jako neznámé proměnné právě časové konstanty a zesílení soustavy. Dále se vyřešením této soustavy rovnic se tyto neznámé vypočtou. Tento postup je shodný jak pro soustavy prvního tak i druhého řádu.

Výpočty vzorců pro výpočet časových konstant a zesílení budou dále probrány v kapitolách 0, 0, 0, 0, 0, 0 a 0. Jelikož chování většiny D/A převodníků je založeno na tvarovači nultého řádu. Funkce tvarovače nultého řádu je stejná jako funkce dopředné obdélníkové metody, tudíž byla tato metoda zvolena pro převod v aplikaci.

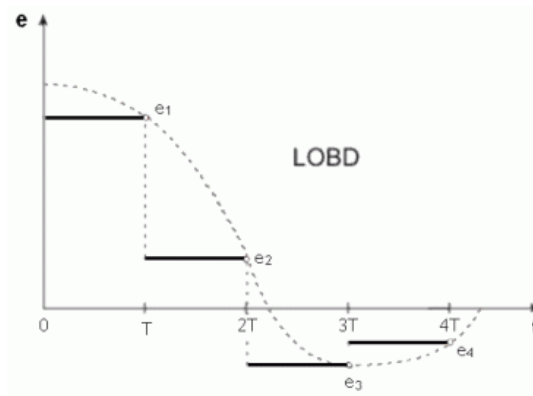
Zpětná obdélníková metoda (náhrada zleva)

Grafické znázornění metody je na Obr. 4-2.

Provede se náhrada:

$$s = \frac{z-1}{T_{vz} \cdot z}$$

(4-2)



Obr. 4-2 Zpětná obdélníková metoda [21]

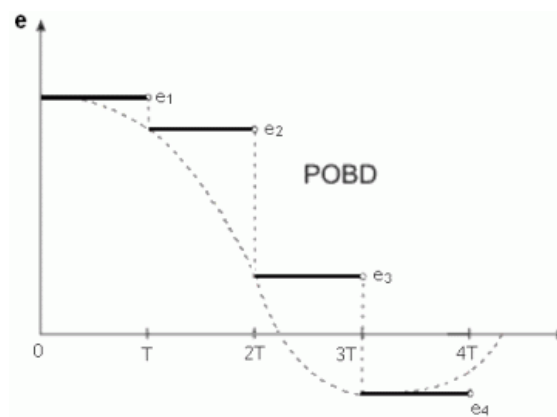
Dopředná obdélníková metoda (náhrada zprava)

Grafické znázornění metody je na Obr. 4-3.

Provede se náhrada:

$$s = \frac{z-1}{T_{vz}}$$

(4-3)



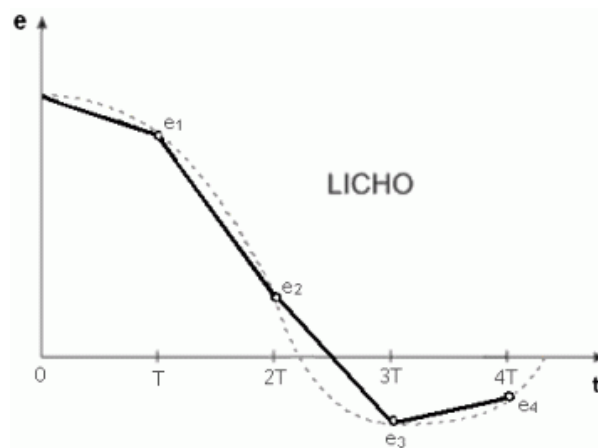
Obr. 4-3 Dopředná obdélníková metoda [21]

Tustinova aproximace (náhrada lichoběžníkem)

Grafické znázornění metody je na Obr. 4-4.

Provede se náhrada:

$$s = \frac{2}{T_{\text{vz}}} \frac{z - 1}{z + 1} \quad (4-4)$$



Obr. 4-4 Lichoběžníková metoda [21]

Převod soustavy 1. řádu dopřednou obdélníkovou metodou

Uvažuje se spojitý přenos soustavy ve tvaru:

$$Gs(s) = \frac{K}{T_1 s + 1} \quad (4-5)$$

Provede se náhrada Laplaceova operátoru (viz rovnice 4-3).

Dosazením do spojitého přenosu a upravením se vypočítá přenos v Z-transformaci:

$$\begin{aligned} Gs(z) &= \frac{K}{T_1 \frac{z-1}{T_{vz}} + 1} = \frac{K}{\frac{T_1(z-1)}{T_{vz}} + 1} = \frac{K}{\frac{T_1(z-1) + T_{vz}}{T_{vz}}} = \frac{KT_{vz}}{T_1(z-1) + T_{vz}} = \frac{KT_{vz}}{T_1 z - T_1 + T_{vz}} = \\ &= \frac{\frac{KT_{vz}}{T_1}}{z - \frac{T_1}{T_1} + \frac{T_{vz}}{T_1}} = \frac{\frac{KT_{vz}}{T_1}}{z + \frac{T_{vz}}{T_1} - 1} \end{aligned} \quad (4-6)$$

Dále se předpokládá identifikovaný přenos v diskrétním tvaru:

$$G(z) = \frac{b_0}{a_1 z + a_0} \quad (4-7)$$

Vzájemným porovnáváním u jednotlivých mocnin operátoru z v čitateli a jmenovateli přenosu se získá soustava rovnic:

Čítec přenosu:

$$z^0: \quad b_0 = \frac{KT_{vz}}{T_1}$$

Jmenovatel přenosu:

$$z^0: \quad a_0 = \frac{T_{vz}}{T_1} - 1$$

$$z^1: \quad a_1 = -1$$

Vyřešením soustavy rovnic se určí vzorec pro časovou konstantu T_1 a zesílení K :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{T_{vz}}{T_1} - 1 \\ T_1 a_0 &= T_{vz} - T_1 \\ T_1 a_0 + T_1 &= T_{vz} \\ T_1 (a_0 + 1) &= T_{vz} \\ T_1 &= \frac{T_{vz}}{a_0 + 1} \end{aligned} \quad (4-8)$$

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{KT_{vz}}{T_1} \\ \frac{KT_{vz}(a_0 + 1)}{T_{vz}} &= b_0 \\ K &= \frac{T_{vz} b_0}{T_{vz}(a_0 + 1)} \end{aligned} \quad (4-9)$$

Převod soustavy 2. řádu dopřednou obdélníkovou metodou

Uvažuje se spojitý přenos soustavy ve tvaru:

$$Gs(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad (4-10)$$

Provede se náhrada Laplaceova operátoru (viz rovnice 4-3).

Dosazením do spojitého přenosu a upravením se vypočítá přenos v Z-transformaci:

$$\begin{aligned} Gs(z) &= \frac{K}{\left(T_1 \frac{z-1}{T_{vz}} + 1\right) \left(T_2 \frac{z-1}{T_{vz}} + 1\right)} = \frac{K}{\left(\frac{T_1(z-1) + T_{vz}}{T_{vz}}\right) \left(\frac{T_2(z-1) + T_{vz}}{T_{vz}}\right)} = \\ &= \frac{K}{\frac{(T_1z - T_1 + T_{vz})(T_2z - T_2 + T_{vz})}{T_{vz}^2}} = \frac{KT_{vz}^2}{(T_1z - T_1 + T_{vz})(T_2z - T_2 + T_{vz})} = \\ &= \frac{KT_{vz}^2}{T_1T_2z^2 - T_1T_2z + T_1T_{vz}z - T_1T_2z + T_1T_2 - T_1T_{vz} + T_2T_{vz}z - T_2T_{vz} + T_{vz}^2} = \\ &= \frac{KT_{vz}^2}{T_1T_2z^2 - 2T_1T_2z + T_1T_{vz}z + T_1T_2 - T_1T_{vz} + T_2T_{vz}z - T_2T_{vz} + T_{vz}^2} = \\ &= \frac{KT_{vz}^2}{T_1T_2z^2 + (-2T_1T_2 + T_1T_{vz} + T_2T_{vz})z + (T_1T_2 - T_1T_{vz} - T_2T_{vz} + T_{vz}^2)} = \\ &= \frac{KT_{vz}^2}{T_1T_2} \cdot \frac{1}{z^2 + \frac{(-2T_1T_2 + T_1T_{vz} + T_2T_{vz})}{T_1T_2}z + \frac{(T_1T_2 - T_1T_{vz} - T_2T_{vz} + T_{vz}^2)}{T_1T_2}} \end{aligned} \quad (4-11)$$

Dále se předpokládá identifikovaný přenos v diskrétním tvaru:

$$G(z) = \frac{b_0}{a_2z^2 + a_1z + a_0} \quad (4-12)$$

Vzájemným porovnáváním u jednotlivých mocnin operátoru z v čitateli a jmenovateli přenosu se získá soustava rovnic:

Čítatel přenosu:

$$z^0: \quad b_0 = \frac{KT_{vz}^2}{T_1T_2}$$

Jmenovatel přenosu:

$$z^0: \quad a_0 = \frac{(T_1T_2 - T_1T_{vz} - T_2T_{vz} + T_{vz}^2)}{T_1T_2}$$

$$z^1: \quad a_1 = \frac{(-2T_1T_2 + T_1T_{vz} + T_2T_{vz})}{T_1T_2}$$

$$z^2: \quad a_2 =$$

Vyřešením soustavy rovnic se určí vzorec pro časové konstanty T_1 , T_2 zesílení K :

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{(-T_1 T_2 + \tau_1 T_{vz} + \tau_2 T_{vz})}{T_1 T_2} \\
 -T_1 T_2 + \tau_1 T_{vz} + \tau_2 T_{vz} &= \tau_1 T_1 T_2 \\
 -T_1 T_2 + \tau_1 T_{vz} - \tau_1 T_1 T_2 &= -\tau_2 T_{vz} \\
 T_1(-T_2 + \tau_{vz} - \tau_1 T_2) &= -\tau_2 T_{vz} \\
 T_1 &= \frac{T_2 T_{vz}}{2T_2 - \tau_{vz} + \tau_1 T_2} \quad (4-13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{(T_1 T_2 - \tau_1 T_{vz} - \tau_2 T_{vz} + \tau_{vz}^2)}{T_1 T_2} &= \tau_0 \\
 T_1 T_2 - \tau_1 T_{vz} - \tau_2 T_{vz} + \tau_{vz}^2 &= \tau_0 T_1 T_2 \\
 T_1 T_2 - \tau_1 T_{vz} - \tau_0 T_1 T_2 &= \tau_2 T_{vz} - \tau_{vz}^2 \\
 T_1(T_2 - \tau_{vz} - \tau_0 T_2) &= \tau_2 T_{vz} - \tau_{vz}^2 \\
 T_1 &= \frac{T_2 T_{vz} - \tau_{vz}^2}{T_2 - \tau_{vz} - \tau_0 T_2} \quad (4-14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_1 &= T_1 \\
 \frac{T_2 T_{vz} - T_{vz}^2}{T_2 - T_{vz} - a_0 T_2} &= \frac{T_2 T_{vz}}{2T_2 - T_{vz} + a_1 T_2} \\
 (T_2 T_{vz} - T_{vz}^2)(2T_2 - T_{vz} + a_1 T_2) &= T_2 T_{vz} (T_2 - T_{vz} - a_0 T_2) \\
 2T_2^2 T_{vz} - T_2 T_{vz}^2 + T_2^2 T_{vz} a_1 - T_2 T_{vz}^2 + T_{vz}^3 - a_1 T_2 T_{vz}^2 &= T_2^2 T_{vz} - T_2 T_{vz}^2 - a_0 T_2^2 T_{vz} \\
 2T_2^2 T_{vz} + T_2^2 T_{vz} a_1 - T_2^2 T_{vz} + a_0 T_2^2 T_{vz} - T_2 T_{vz}^2 - T_2 T_{vz}^2 - a_1 T_2 T_{vz}^2 + T_2 T_{vz}^2 + T_{vz}^3 &= 0 \\
 T_2^2 (2T_{vz} + T_{vz} a_1 - T_{vz} + a_0 T_{vz}) + T_2 (-T_{vz}^2 - T_{vz}^2 - a_1 T_{vz}^2 + T_{vz}^2) + T_{vz}^3 &= 0 \\
 T_2^2 (2T_{vz} + T_{vz} a_1 - T_{vz} + a_0 T_{vz}) + T_2 (-T_{vz}^2 - a_1 T_{vz}^2) + T_{vz}^3 &= 0
 \end{aligned}$$

Pro zpřehlednění výpočtu se provede substituce:

$$\begin{aligned}
 a &= T_{vz} + \tau_{vz} a_1 - \tau_{vz} + \tau_0 T_{vz} \\
 b &= -T_{vz}^2 - \tau_1 T_{vz}^2 \\
 c &= \tau_{vz}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a \cdot T_2^2 + b \cdot T_2 + c &= 0 \\
 D &= b^2 - 4ac \\
 T_2 &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \\
 T_2 &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}
 \end{aligned}$$

$$T_2 = \frac{2T_{\text{vz}}^2 + \iota_1 T_{\text{vz}}^2 \pm \sqrt{(-T_{\text{vz}}^2 - \iota_1 T_{\text{vz}}^2)^2 - 8T_{\text{vz}} + \mathfrak{t}T_{\text{vz}}a_1 - \mathfrak{t}T_{\text{vz}} + \mathfrak{t}a_0 T_{\text{vz}})T_{\text{vz}}^3}}{4T_{\text{vz}} + \mathfrak{z}T_{\text{vz}}a_1 - \mathfrak{z}T_{\text{vz}} + \mathfrak{z}a_0 T_{\text{vz}}} \quad (4-15)$$

Jeden výsledek kvadratické rovnice odpovídá hodnotě časové konstanty T_2 a druhý hodnotě časové konstanty T_1 .

$$b_0 = \frac{\kappa T_{\text{vz}}^2}{T_1 T_2}$$

$$\kappa T_{\text{vz}}^2 = \mathfrak{v}_0 T_1 T_2$$

$$K = \frac{\mathfrak{v}_0 T_1 T_2}{T_{\text{vz}}^2} \quad (4-16)$$

Převod soustavy 1. řádu zpětnou obdélníkovou metodou

Uvažuje se spojitý přenos soustavy ve tvaru:

$$Gs(s) = \frac{K}{T_1 s + 1} \quad (4-17)$$

Provede se náhrada Laplaceova operátoru (viz rovnice 4-3).

Dosazením do spojitého přenosu a upravením se vypočítá přenos v Z-transformaci:

$$\begin{aligned} Gs(z) &= \frac{K}{T_1 \frac{z-1}{T_{vz}} + 1} = \frac{K}{\frac{T_1(z-1)}{T_{vz}} + 1} = \frac{K}{\frac{T_1(z-1) + T_{vz}z}{T_{vz}}} = \frac{KT_{vz}z}{T_1(z-1) + T_{vz}z} = \frac{KT_{vz}z}{T_1z - T_1 + T_{vz}z} = \\ &= \frac{KT_{vz}z}{(T_1 + T_{vz})z - T_1} = \frac{\frac{KT_{vz}}{T_1 + T_{vz}}z}{z - \frac{T_1}{T_1 + T_{vz}}} \end{aligned} \quad (4-18)$$

Dále se předpokládá identifikovaný přenos v diskrétním tvaru:

$$G(z) = \frac{b_1 z}{a_1 z + a_0} \quad (4-19)$$

Vzájemným porovnáváním u jednotlivých mocnin operátoru z v čitateli a jmenovateli přenosu se získá soustava rovnic:

Čítatel přenosu:

$$z^1: \quad b_1 = \frac{KT_{vz}}{T_1 + T_{vz}}$$

Jmenovatel přenosu:

$$z^0: \quad a_0 = \frac{T_1}{T_1 + T_{vz}}$$

$$z^1: \quad a_1 =$$

Vyřešením soustavy rovnic se určí vzorec pro časovou konstantu T_1 a zesílení K :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{T_1}{T_1 + T_{vz}} \\ a_0 T_1 + a_1 T_{vz} &= T_1 \\ a_0 T_{vz} &= T_1 - a_1 T_1 \\ a_0 T_{vz} &= T_1 (1 - a_1) \\ T_1 &= \frac{a_0 T_{vz}}{1 - a_1} \end{aligned} \quad (4-20)$$

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{KT_{vz}}{T_1 + T_{vz}} \\ K &= \frac{b_1 (T_1 + T_{vz})}{T_{vz}} \end{aligned} \quad (4-21)$$

Převod soustavy 2. řádu zpětnou obdélníkovou metodou

Uvažuje se spojitý přenos soustavy ve tvaru:

$$Gs(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (4-22)$$

Provede se náhrada Laplaceova operátoru (viz rovnice 4-3).

Dosazením do spojitého přenosu a upravením se vypočítá přenos v Z-transformaci:

$$\begin{aligned} Gs(z) &= \frac{K}{\left(\frac{T_1(z-1)}{T_{vz}z} + 1 \right) \left(\frac{T_2(z-1)}{T_{vz}z} + 1 \right)} = \frac{K}{\left(\frac{T_1(z-1) + T_{vz}z}{T_{vz}z} \right) \left(\frac{T_2(z-1) + T_{vz}z}{T_{vz}z} \right)} = \\ &= \frac{K}{\frac{(T_1(z-1) + T_{vz}z) \cdot (T_2(z-1) + T_{vz}z)}{T_{vz}^2 z^2}} = \frac{KT_{vz}^2 z^2}{(T_1(z-1) + T_{vz}z) \cdot (T_2(z-1) + T_{vz}z)} = \\ &= \frac{KT_{vz}^2 z^2}{(T_1 z - T_1 + T_{vz} z) \cdot (T_2 z - T_2 + T_{vz} z)} = \\ &= \frac{KT_{vz}^2 z^2}{T_1 T_2 z^2 - T_1 T_2 z + T_1 T_{vz} z^2 - T_1 T_2 z + T_1 T_2 - T_1 T_{vz} z + T_2 T_{vz} z^2 - T_2 T_{vz} z + T_{vz}^2 z^2} = \\ &= \frac{KT_{vz}^2 z^2}{z^2 (T_1 T_2 + T_1 T_{vz} + T_2 T_{vz} + T_{vz}^2) + z(-2T_1 T_2 - T_1 T_{vz} - T_2 T_{vz}) + T_1 T_2} = \\ &= \frac{KT_{vz}^2 z^2}{T_1 T_2 + T_1 T_{vz} + T_2 T_{vz} + T_{vz}^2} z^2 + \frac{T_1 T_2}{T_1 T_2 + T_1 T_{vz} + T_2 T_{vz} + T_{vz}^2} \end{aligned} \quad (4-23)$$

Dále se předpokládá identifikovaný přenos v diskretním tvaru:

$$G(z) = \frac{b_2 z^2}{a_2 z^2 + a_1 z + a_0} \quad (4-24)$$

Vzájemným porovnáváním u jednotlivých mocnin operátoru z v čitateli a jmenovateli přenosu se získá soustava rovnic:

Čítatel přenosu:

$$z^2: \quad b_2 = \frac{KT_{vz}^2}{T_1 T_2 + T_1 T_{vz} + T_2 T_{vz} + T_{vz}^2}$$

Jmenovatel přenosu:

$$z^0: \quad a_0 = \frac{T_1 T_2}{T_1 T_2 + \gamma_1 T_{vz} + \gamma_2 T_{vz} + \gamma_{vz}^2}$$

$$z^1: \quad a_1 = \frac{-T_1 T_2 - \gamma_1 T_{vz} - \gamma_2 T_{vz}}{T_1 T_2 + \gamma_1 T_{vz} + \gamma_2 T_{vz} + \gamma_{vz}^2}$$

$$z^2: \quad a_2 =$$

Vyřešením soustavy rovnic se určí vzorec pro časové konstanty T_1 , T_2 zesílení K :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{T_1 T_2}{T_1 T_2 + \gamma_1 T_{vz} + \gamma_2 T_{vz} + \gamma_{vz}^2} \\ T_1 T_2 a_0 + \gamma_1 T_{vz} a_0 + \gamma_2 T_{vz} a_0 + \gamma_{vz}^2 a_0 &= \gamma_1 T_2 \\ T_1 T_2 a_0 + \gamma_1 T_{vz} a_0 - \gamma_1 T_2 &= -\gamma_2 T_{vz} a_0 - \gamma_{vz}^2 a_0 \\ T_1 (T_2 a_0 + \gamma_{vz} a_0 - \gamma_2) &= -\gamma_2 T_{vz} a_0 - \gamma_{vz}^2 a_0 \\ T_1 &= \frac{-\gamma_2 T_{vz} a_0 - \gamma_{vz}^2 a_0}{T_2 a_0 + \gamma_{vz} a_0 - \gamma_2} \end{aligned} \quad (4-25)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{-2T_1 T_2 - \gamma_1 T_{vz} - \gamma_2 T_{vz}}{T_1 T_2 + \gamma_1 T_{vz} + \gamma_2 T_{vz} + \gamma_{vz}^2} \\ T_1 T_2 a_1 + \gamma_1 T_{vz} a_1 + \gamma_2 T_{vz} a_1 + \gamma_{vz}^2 a_1 &= -2T_1 T_2 - \gamma_1 T_{vz} - \gamma_2 T_{vz} \\ T_1 T_2 a_1 + \gamma_1 T_{vz} a_1 + 2T_1 T_2 + \gamma_1 T_{vz} &= -\gamma_2 T_{vz} a_1 - \gamma_{vz}^2 a_1 - \gamma_2 T_{vz} \\ T_1 (T_2 a_1 + \gamma_{vz} a_1 + 2T_2 + \gamma_{vz}) &= -\gamma_2 T_{vz} a_1 - \gamma_{vz}^2 a_1 - \gamma_2 T_{vz} \\ T_1 &= \frac{-\gamma_2 T_{vz} a_1 - \gamma_{vz}^2 a_1 - \gamma_2 T_{vz}}{T_2 a_1 + \gamma_{vz} a_1 + 2T_2 + \gamma_{vz}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_1 &= \gamma_1 \\ \frac{-\gamma_2 T_{vz} a_1 - \gamma_{vz}^2 a_1 - \gamma_2 T_{vz}}{T_2 a_1 + \gamma_{vz} a_1 + 2T_2 + \gamma_{vz}} &= \frac{-\gamma_2 T_{vz} a_0 - \gamma_{vz}^2 a_0}{T_2 a_0 + \gamma_{vz} a_0 - \gamma_2} \\ (-\gamma_2 T_{vz} a_1 - \gamma_{vz}^2 a_1 - \gamma_2 T_{vz})(T_2 a_0 + \gamma_{vz} a_0 - \gamma_2) &= T_2 a_1 + \gamma_{vz} a_1 + (T_2 + \gamma_{vz})(-\gamma_2 T_{vz} a_0 - \gamma_{vz}^2 a_0) \\ -\gamma_2 a_0 T_2 T_{vz} a_1 - \gamma_2 a_0 T_{vz}^2 a_1 - \gamma_2 a_0 T_2 T_{vz} - \gamma_{vz} a_0 T_2 T_{vz} a_1 - \gamma_{vz} a_0 T_{vz}^2 a_1 - \gamma_{vz} a_0 T_2 T_{vz} &+ \\ + \gamma_2 T_2 T_{vz} a_1 + \gamma_2 T_{vz}^2 a_1 + \gamma_2 T_2 T_{vz} &= -\gamma_2 T_{vz} a_0 T_2 a_1 - \gamma_2 T_{vz} a_0 T_{vz} a_1 - \gamma_2 T_{vz} a_0 2T_2 - \gamma_2 T_{vz} a_0 T_{vz} - \\ - \gamma_{vz}^2 a_0 T_2 a_1 - \gamma_{vz}^2 a_0 T_{vz} a_1 - \gamma_{vz}^2 a_0 2T_2 - \gamma_{vz}^2 a_0 T_{vz} & \end{aligned}$$

Rovnici se položí rovna nule:

$$\begin{aligned} T_2^2 T_{vz} a_1 + T_2 T_{vz}^2 a_1 + T_2^2 T_{vz} &= -T_2^2 T_{vz} a_0 - T_2 T_{vz}^2 a_0 - T_2 T_{vz}^2 a_0 - T_{vz}^3 a_0 \\ T_2^2 T_{vz} a_1 + T_2 T_{vz}^2 a_1 + T_2^2 T_{vz} + T_2^2 T_{vz} a_0 + T_2 T_{vz}^2 a_0 + T_2 T_{vz}^2 a_0 + T_{vz}^3 a_0 &= 0 \\ T_2^2 (T_{vz} a_1 + T_{vz} + T_{vz} a_0) + T_2 (T_{vz}^2 a_1 + T_{vz}^2 a_0) + T_{vz}^3 a_0 &= 0 \end{aligned}$$

Pro zpřehlednění výpočtu se provede substituce:

$$a = \tau_{\text{vz}} a_1 + \tau_{\text{vz}} + \tau_{\text{vz}} a_0$$

$$b = \tau_{\text{vz}}^2 a_1 + T_{\text{vz}}^2 a_0$$

$$c = \tau_{\text{vz}}^3 a_0$$

$$a \cdot T_2^2 + b \cdot T_2 + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$T_2 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$T_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$T_2 = \frac{-\tau_{\text{vz}}^2 a_1 - T_{\text{vz}}^2 a_0 \pm \sqrt{(T_{\text{vz}}^2 a_1 + T_{\text{vz}}^2 a_0)^2 - 4T_{\text{vz}} a_1 + 4T_{\text{vz}} + 4T_{\text{vz}} a_0)T_{\text{vz}}^3 a_0}}{2T_{\text{vz}} a_1 + 2T_{\text{vz}} + 2T_{\text{vz}} a_0} \quad (4-26)$$

Jeden výsledek kvadratické rovnice odpovídá hodnotě časové konstanty T_2 a druhý hodnotě časové konstanty T_1 .

$$b_2 = \frac{KT_{\text{vz}}^2}{T_1 T_2 + \tau_1 T_{\text{vz}} + \tau_2 T_{\text{vz}} + \tau_{\text{vz}}^2}$$

$$T_1 T_2 b_2 + \tau_1 T_{\text{vz}} b_2 + \tau_2 T_{\text{vz}} b_2 + \tau_{\text{vz}}^2 b_2 = \zeta T_{\text{vz}}^2$$

$$K = \frac{\tau_1 T_2 b_2 + \tau_1 T_{\text{vz}} b_2 + \tau_2 T_{\text{vz}} b_2 + \tau_{\text{vz}}^2 b_2}{T_{\text{vz}}^2} \quad (4-27)$$

Převod soustavy 1. řádu Tustinovou metodou

Uvažuje se spojitý přenos soustavy ve tvaru:

$$Gs(s) = \frac{K}{T_1 s + 1} \quad (4-28)$$

Provede se náhrada Laplaceova operátoru (viz rovnice 4-3).

Dosazením do spojitého přenosu a upravením se vypočítá přenos v Z-transformaci:

$$\begin{aligned} Gs(z) &= \frac{K}{T_1 \frac{2}{T_{vz}} \frac{z-1}{z+1} + 1} = \frac{K}{\frac{2T_1(z-1)}{T_{vz}(z+1)} + 1} = \frac{K}{\frac{2T_1(z-1) + T_{vz}(z+1)}{T_{vz}(z+1)}} = \frac{KT_{vz}(z+1)}{2T_1(z-1) + T_{vz}(z+1)} = \\ &= \frac{KT_{vz}z + \zeta T_{vz}}{2T_1z - 2T_1 + \tau_{vz}z + \tau_{vz}} = \frac{KT_{vz}z + \zeta T_{vz}}{(2T_1 + \tau_{vz})z + (T_{vz} - 2T_1)} = \frac{\frac{KT_{vz}}{2T_1 + \tau_{vz}}z + \frac{KT_{vz}}{2T_1 + \tau_{vz}}}{z + \frac{\tau_{vz} - 2T_1}{2T_1 + \tau_{vz}}} \end{aligned} \quad (4-29)$$

Dále se předpokládá identifikovaný přenos v diskretním tvaru:

$$G(z) = \frac{b_1 z + b_0}{a_1 z + a_0} \quad (4-30)$$

Vzájemným porovnáváním u jednotlivých mocnin operátoru z v čitateli a jmenovateli přenosu se získá soustava rovnic:

Čítec přenosu:

$$z^0: \quad b_0 = \frac{KT_{vz}}{2T_1 + \tau_{vz}}$$

$$z^1: \quad b_1 = \frac{KT_{vz}}{2T_1 + \tau_{vz}}$$

Jmenovatel přenosu:

$$z^0: \quad a_0 = \frac{\tau_{vz} - 2T_1}{2T_1 + \tau_{vz}}$$

$$z^1: \quad a_1 =$$

Vyřešením soustavy rovnic se určí vzorec pro časovou konstantu T_1 a zesílení K :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\tau_{vz} - 2T_1}{2T_1 + \tau_{vz}} \\ a_0(2T_1 + \tau_{vz}) &= \tau_{vz} - 2T_1 \\ a_0 2T_1 + \tau_{vz} a_0 &= \tau_{vz} - 2T_1 \\ T_1(2a_0 + 1) &= \tau_{vz} - \tau_{vz} a_0 \\ T_1 &= \frac{\tau_{vz} - a_0 \tau_{vz}}{2a_0 + 1} \end{aligned} \quad (4-31)$$

$$b_0 = \frac{KT_{vz}}{2T_1 + \tau_{vz}}$$

$$K = \frac{b_0(2T_1 + \tau_{vz})}{T_{vz}} \quad (4-32)$$

Převod soustavy 2. řádu Tustinovou metodou

Uvažuje se spojitý přenos soustavy ve tvaru:

$$G(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (4-33)$$

Provede se náhrada Laplaceova operátoru (viz rovnice 4-4).

Dosažením do spojitého přenosu a upravením se vypočítá přenos v Z-transformaci:

$$\begin{aligned} G(z) &= \frac{K}{\left(\frac{2T_1}{T_{vz}} \frac{z-1}{z+1} + 1 \right) \left(\frac{2T_2}{T_{vz}} \frac{z-1}{z+1} + 1 \right)} = \frac{K}{\left(\frac{2T_1(z-1) + T_{vz}(z+1)}{T_{vz}(z+1)} \right) \left(\frac{2T_2(z-1) + T_{vz}(z+1)}{T_{vz}(z+1)} \right)} = \\ &= \frac{K}{(2T_1(z-1) + T_{vz}(z+1)) \cdot (2T_2(z-1) + T_{vz}(z+1))} = \frac{K}{(2T_1 z - 2T_1 + T_{vz} z + T_{vz}) \cdot (2T_2 z - 2T_2 + T_{vz} z + T_{vz})} = \\ &= \frac{KT_{vz}^2 \cdot (z^2 + 2z + 1)}{(2T_1 z - 2T_1 + T_{vz} z + T_{vz}) \cdot (2T_2 z - 2T_2 + T_{vz} z + T_{vz})} = \\ &= \frac{KT_{vz}^2 z^2 + 2KT_{vz}^2 z + KT_{vz}^2}{z^2(4T_1 T_2 + 2T_1 T_{vz} + 2T_{vz} T_2 + T_{vz}^2) + z(-8T_1 T_2 + 2T_{vz}^2) + (4T_1 T_2 - 2T_1 T_{vz} - 2T_{vz} T_2 + T_{vz}^2)} = \\ &= \frac{KT_{vz}^2}{4T_1 T_2 + 2T_1 T_{vz} + 2T_{vz} T_2 + T_{vz}^2} z^2 + \frac{2KT_{vz}^2}{4T_1 T_2 + 2T_1 T_{vz} + 2T_{vz} T_2 + T_{vz}^2} z + \frac{KT_{vz}^2}{4T_1 T_2 + 2T_1 T_{vz} + 2T_{vz} T_2 + T_{vz}^2} = \\ &= \frac{z^2 + z \left(\frac{-8T_1 T_2 + 2T_{vz}^2}{4T_1 T_2 + 2T_1 T_{vz} + 2T_{vz} T_2 + T_{vz}^2} \right) + \left(\frac{4T_1 T_2 - 2T_1 T_{vz} - 2T_{vz} T_2 + T_{vz}^2}{4T_1 T_2 + 2T_1 T_{vz} + 2T_{vz} T_2 + T_{vz}^2} \right)}{4T_1 T_2 + 2T_1 T_{vz} + 2T_{vz} T_2 + T_{vz}^2} \end{aligned}$$

(4-34)

Dále se předpokládá identifikovaný přenos v diskrétním tvaru:

$$G(z) = \frac{b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{a_2 z^2 + a_1 z + a_0} \quad (4-35)$$

Vzájemným porovnáváním u jednotlivých mocnin operátoru z v čitateli a jmenovateli přenosu se získá soustava rovnic:

Čítatel přenosu:

$$z^0: \quad b_0 = \frac{KT_{vz}^2}{4T_1 T_2 + 2T_1 T_{vz} + 2T_{vz} T_2 + T_{vz}^2}$$

$$z^1: \quad b_1 = \frac{2KT_{vz}^2}{4T_1 T_2 + 2T_1 T_{vz} + 2T_{vz} T_2 + T_{vz}^2}$$

$$z^2: \quad b_2 = \frac{KT_{vz}^2}{4T_1 T_2 + 2T_1 T_{vz} + 2T_{vz} T_2 + T_{vz}^2}$$

Jmenovatel přenosu:

$$z^0: \quad a_0 = \frac{4T_1T_2 - T_1T_{vz} - T_{vz}T_2 + \gamma_{vz}^2}{4T_1T_2 + T_1T_{vz} + T_{vz}T_2 + \gamma_{vz}^2}$$

$$z^1: \quad a_1 = \frac{-T_1T_2 + T_{vz}^2}{4T_1T_2 + T_1T_{vz} + T_{vz}T_2 + \gamma_{vz}^2}$$

$$z^2: \quad a_2 =$$

Vyřešením soustavy rovnic se určí vzorec pro časové konstanty T_1 , T_2 zesílení K :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{4T_1T_2 - T_1T_{vz} - T_{vz}T_2 + \gamma_{vz}^2}{4T_1T_2 + T_1T_{vz} + T_{vz}T_2 + \gamma_{vz}^2} \\ 4T_1T_2a_0 + T_1T_{vz}a_0 + T_{vz}T_2a_0 + \gamma_{vz}^2a_0 &= T_1T_2 - T_1T_{vz} - T_{vz}T_2 + \gamma_{vz}^2 \\ 4T_1T_2a_0 + T_1T_{vz}a_0 - T_1T_2 + T_1T_{vz} &= -T_{vz}T_2 + \gamma_{vz}^2 - T_{vz}T_2a_0 - \gamma_{vz}^2a_0 \\ T_1(4T_2a_0 + T_{vz}a_0 - T_2 + T_{vz}) &= -T_{vz}T_2 + \gamma_{vz}^2 - T_{vz}T_2a_0 - \gamma_{vz}^2a_0 \\ T_1 &= \frac{-T_{vz}T_2 + \gamma_{vz}^2 - T_{vz}T_2a_0 - \gamma_{vz}^2a_0}{4T_2a_0 + T_{vz}a_0 - T_2 + T_{vz}} \end{aligned} \quad (4-36)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{-T_1T_2 + T_{vz}^2}{4T_1T_2 + T_1T_{vz} + T_{vz}T_2 + \gamma_{vz}^2} \\ a_1(4T_1T_2 + T_1T_{vz} + T_{vz}T_2 + \gamma_{vz}^2) &= -T_1T_2 + T_{vz}^2 \\ 4T_1T_2a_1 + T_1T_{vz}a_1 + T_{vz}T_2a_1 + \gamma_{vz}^2a_1 &= -T_1T_2 + T_{vz}^2 \\ 4T_1T_2a_1 + T_1T_{vz}a_1 + T_1T_2 &= T_{vz}^2 - T_{vz}T_2a_1 - \gamma_{vz}^2a_1 \\ T_1(4T_2a_1 + T_{vz}a_1 + T_2) &= T_{vz}^2 - T_{vz}T_2a_1 - \gamma_{vz}^2a_1 \\ T_1 &= \frac{T_{vz}^2 - T_{vz}T_2a_1 - \gamma_{vz}^2a_1}{4T_2a_1 + T_{vz}a_1 + T_2} \end{aligned} \quad (4-37)$$

$$\begin{aligned} \frac{-T_{vz}T_2 + T_{vz}^2 - T_{vz}T_2a_0 - T_{vz}^2a_0}{4T_2a_0 + T_{vz}a_0 - T_2 + T_{vz}} &= \frac{T_{vz}^2 - T_{vz}T_2a_1 - T_{vz}^2a_1}{4T_2a_1 + T_{vz}a_1 + T_2} \\ (-T_{vz}T_2 + T_{vz}^2 - T_{vz}T_2a_0 - T_{vz}^2a_0)(4T_2a_1 + T_{vz}a_1 + T_2) &= (T_{vz}^2 - T_{vz}T_2a_1 - T_{vz}^2a_1)(4T_2a_0 + T_{vz}a_0 - T_2 + T_{vz}) \\ -T_{vz}T_2^2a_1 - T_{vz}T_2^2a_0a_1 - T_{vz}^2T_2a_0a_1 + T_{vz}^3a_1 - T_{vz}^3a_0a_1 - 6T_{vz}T_2^2 + T_{vz}^2T_2 - 6T_{vz}T_2^2a_0 - T_2T_{vz}^2a_0 &= \\ = T_{vz}^2T_2a_0 + T_{vz}^3a_0 - T_{vz}^2T_2 + T_{vz}^3 - T_{vz}T_2^2a_1a_0 - T_{vz}^2T_2a_1a_0 + T_{vz}T_2^2a_1 - T_{vz}^2T_2a_1 - T_{vz}^3a_1a_0 + \\ + T_{vz}^2T_2a_1 - T_{vz}^3a_1 \\ T_2^2(16T_{vz}a_1 + 6T_{vz} + 6T_{vz}a_0) + T_2(-2T_{vz}^2 + 2T_{vz}^2a_0) + 2T_{vz}^3a_0 + T_{vz}^3 - T_{vz}^3a_1 &= 0 \end{aligned}$$

Pro zjednodušení výpočtu zavedeme substituci:

$$a = 6T_{\text{vz}}a_1 + 6T_{\text{vz}} + 6T_{\text{vz}}a_0$$

$$b = -2T_{\text{vz}}^2 + 2T_{\text{vz}}^2a_0$$

$$c = 12T_{\text{vz}}^3a_0 + T_{\text{vz}}^3 - T_{\text{vz}}^3a_1$$

$$a \cdot T_2^2 + b \cdot T_2 + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$T_2 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$T_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$T_2 = \frac{12T_{\text{vz}}^2 - 2T_{\text{vz}}^2a_0 \pm \sqrt{(-2T_{\text{vz}}^2 + 2T_{\text{vz}}^2a_0)^2 - 16T_{\text{vz}}a_1 + 6T_{\text{vz}} + 6T_{\text{vz}}a_0)(8T_{\text{vz}}^3a_0 + T_{\text{vz}}^3 - 6T_{\text{vz}}^3a_1)}}{32T_{\text{vz}}a_1 + 2T_{\text{vz}} + 2T_{\text{vz}}a_0}$$

(4-38)

$$b_0 = \frac{KT_{\text{vz}}^2}{4T_1T_2 + 12T_1T_{\text{vz}} + 12T_{\text{vz}}T_2 + T_{\text{vz}}^2}$$

$$b_0(4T_1T_2 + 12T_1T_{\text{vz}} + 12T_{\text{vz}}T_2 + T_{\text{vz}}^2) = 12T_{\text{vz}}^2$$

$$K = \frac{b_0(4T_1T_2 + 12T_1T_{\text{vz}} + 12T_{\text{vz}}T_2 + T_{\text{vz}}^2)}{T_{\text{vz}}^2} \quad (4-39)$$

Převod pro soustavu 1. Řádu metodou „zoh“

Předpokládá se přenos soustavy prvního řádu s časovými konstantami:

$$G_s(s) = \frac{K_1}{T_1 s + 1} \quad (4-40)$$

Pro převod byl použit vzorkovač nultého řádu s přenosem

$$H_0(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \quad (4-41)$$

Přenos diskrétní soustavy se potom vypočítá dle vztahu

$$G_c(z) = Z \{ G_s(s) \cdot H_0(s) \} = Z \left\{ \frac{K_1}{T_1 s + 1} \cdot \frac{1 - e^{-sT}}{s} \right\} = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ \frac{K_1}{(T_1 s + 1)s} \right\}$$

Závorku rozložíme na parciální zlomky

$$\frac{K_1}{(T_1 s + 1)s} = \frac{A}{T_1 s + 1} + \frac{B}{s} \quad | (T_1 s + 1)s$$

$$K_1 = (1s + 1) \cdot \frac{A}{T_1 s + 1} + B \cdot (T_1 s + 1)$$

$$s^0 \Rightarrow \underline{\underline{1 = \zeta_1}}$$

$$s^1 \Rightarrow 0 = 1 + 1 \cdot T_1 \Rightarrow 0 = 1 + \zeta_1 \cdot T_1 \Rightarrow \underline{\underline{\zeta_1 = -\frac{1}{T_1}}}$$

$$\frac{K_1}{(T_1 s + 1)s} = \frac{-\zeta_1 \cdot T_1}{T_1 s + 1} + \frac{K_1}{s} = \frac{-\zeta_1 \cdot T_1}{T_1 \left(1 + \frac{1}{T_1} \right)} + \frac{K_1}{s} = \frac{-\zeta_1}{s + \frac{1}{T_1}} + \frac{K_1}{s}$$

Dosadíme zpět a nyní můžeme pomocí slovníku převést z L-transformace do Z-transformace.

$$G_c(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ \frac{-K_1}{s + \frac{1}{T_1}} + \frac{K_1}{s} \right\} = \frac{z-1}{z} \cdot \left(-K_1 \frac{z}{z - e^{-\frac{T_{vz}}{T_1}}} + K_1 \frac{z}{z-1} \right) =$$

$$= \frac{z-1}{z} \cdot \frac{K_1 z}{z - e^{-\frac{T_{vz}}{T_1}}} + \frac{z-1}{z} \cdot \frac{K_1 z}{z-1} = \frac{K_1(z-1)}{z - e^{-\frac{T_{vz}}{T_1}}} + K_1 = \frac{-K_1(z-1) + K_1 \left(z - e^{-\frac{T_{vz}}{T_1}} \right)}{z - e^{-\frac{T_{vz}}{T_1}}} =$$

$$= \underline{\underline{\frac{K_1 \left(1 - e^{-\frac{T_{vz}}{T_1}} \right)}{z - e^{-\frac{T_{vz}}{T_1}}}}} \quad (4-42)$$

Kde T_{vz} je perioda vzorkování.

Následně tento přenos porovnáme s přenosem získaným identifikací:

$$G_s(z) = \frac{K_1 \left(1 - e^{-\frac{\tau}{T_1} z} \right)}{z - e^{-\frac{\tau}{T_1}}} = \frac{b_0}{z - a_0} \quad (4-43)$$

Z této rovnice si vyjádříme a vypočteme časovou konstantu T_1 a zesílení K_1

$$1 - e^{-\frac{\tau}{T_1}} = a_0 \Rightarrow \frac{\tau}{T_1} = -\frac{\ln a_0}{b_0} \quad (4-44)$$

$$K_1 \left(1 - e^{-\frac{\tau}{T_1}} \right) = b_0 \Rightarrow K_1 = \frac{b_0}{1 - e^{-\frac{\tau}{T_1}}} \quad (4-45)$$

[20]

Převod pro soustavu 2. Řádu metodou „zoh“

Předpokládá se přenos soustavy prvního řádu s časovými konstantami:

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad (4-46)$$

Pro převod byl použit vzorkovač nultého řádu s přenosem viz rovnice (viz rovnice 4-41).

Přenos spojitě soustavy potom je

$$Gc(s) = \gamma s(s) \cdot H_0(s)$$

Z-transformací se získá diskretní přenos:

$$Gc(z) = Z\{Gs(s) \cdot H_0(s)\}$$

$$Gc(z) = Z\left\{ \frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \cdot \frac{1-e^{-sT}}{s} \right\}$$

$$Gc(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{ \frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)s} \right\} \quad (4-47)$$

Provedeme rozklad na parciální zlomky, aby bylo možné převést závorku do Z – transformace:

$$\frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)s} = \frac{A}{T_1s+1} + \frac{B}{T_2s+1} + \frac{C}{s}$$

$$K = As(T_2s+1) + Bs(T_1s+1) + C(T_1s+1)(T_2s+1)$$

$$K = AT_2s^2 + As + BT_1s^2 + Bs + C(T_1T_2s^2 + T_1s + T_2s + 1)$$

$$K = AT_2s^2 + As + BT_1s^2 + Bs + CT_1T_2s^2 + CT_1s + CT_2s + C$$

$$s^0: \quad K = C$$

$$s^1: \quad 0 = A + B + CT_1 + CT_2$$

$$A = -B - CT_1 - CT_2$$

Po dosazení B dostaneme

$$A = -\frac{KT_2^2}{T_1 - T_2} - CT_1 - CT_2$$

$$A = \frac{-CT_2^2 - CT_1(T_1 - T_2) - CT_2(T_1 - T_2)}{T_1 - T_2}$$

$$A = \frac{-CT_2^2 - CT_1^2 + CT_1T_2 - CT_2T_1 + CT_2^2}{T_1 - T_2}$$

$$A = \frac{-CT_1^2}{T_1 - T_2}$$

$$\begin{aligned}
0 &= 1T_2 + 3T_1 + 2T_1T_2 \\
0 &= -1 - \zeta T_1 - \zeta T_2 T_2 + 3T_1 + \zeta T_1T_2 \\
0 &= -1T_2 - \zeta T_1T_2 - \zeta T_2^2 + 3T_1 + \zeta T_1T_2 \\
s^2: \quad 0 &= -1T_2 - \zeta T_2^2 + 3T_1 \\
&- 3T_2 + 3T_1 = \zeta T_2^2 \\
B(-\zeta_2 + \zeta_1) &= \zeta T_2^2 \\
B &= \frac{KT_2^2}{T_1 - \zeta_2}
\end{aligned}$$

B dosadíme do A.

Potom je rozložený spojitý přenos roven:

$$G_s(s) = \frac{-\frac{KT_1^2}{T_1s+1}}{\frac{T_1-1}{T_1s+1}} + \frac{\frac{KT_2^2}{T_2s+1}}{\frac{T_1-1}{T_2s+1}} + \frac{K}{s} \quad ..$$

Pomocí Z – transformace vypočteme diskretní přenos:

$$\begin{aligned}
Gc(z) &= \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{-\frac{KT_1^2}{T_1s+1}}{\frac{T_1-1}{T_1s+1}} + \frac{\frac{KT_2^2}{T_2s+1}}{\frac{T_1-1}{T_2s+1}} + \frac{K}{s} \right\} \\
Gc(z) &= \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{-\frac{KT_1^2}{T_1(T_1-1)}}{\frac{1}{s + \frac{1}{T_1}}} + \frac{\frac{KT_2^2}{T_2(T_1-1)}}{\frac{1}{s + \frac{1}{T_2}}} + \frac{K}{s} \right\} \\
Gc(z) &= \frac{z-1}{z} \left\{ \frac{-\frac{KT_1^2}{T_1(T_1-1)}z}{z - e^{-\frac{T_{vz}}{T_1}}} + \frac{\frac{KT_2^2}{T_2(T_1-1)}z}{z - e^{-\frac{T_{vz}}{T_2}}} + \frac{Kz}{z-1} \right\} \quad (4-48)
\end{aligned}$$

Dále se provede úprava v Matlabu:

```

syms z K1 T1 T2 Tvz
%Jednotlive casti prenosu
Gc1z=(z*(-(K1*T1^2)/(T1^2-T1*T2)))/(z-exp(-Tvz/T1))
Gc2z=(z*((K1*T2^2)/(T2^2-T2*T1)))/(z-exp(-Tvz/T2))
Gc3z=(K1*z)/(z-1)
%Celkovy prenos
Gcz=((z-1)/z)*(Gc1z+Gc2z+Gc3z)
%Uprava prenosu
pretty(simplify(Gcz))

```

Výsledek z Matlabu je upraven a porovnáním koeficientů u z^2 , z^1 a z^0 dostaneme jednotlivé rovnice:

Čítatel:

$$z^0: \quad b_0 = \frac{K_1 \left(r_1 e^{-\frac{\tau_{1z}}{T_2}} + r_2 e^{-\frac{\tau_{1z}}{T_1}} - r_1 e^{-\frac{\tau_{1z}(T_2+1)}{T_2 T_1}} + r_2 e^{-\frac{\tau_{1z}(T_2+1)}{T_2 T_1}} \right)}{T_2 - r_1}$$

$$z^1: \quad b_1 = \frac{K_1 \left(-r_1 - r_2 - T_2 e^{-\frac{\tau_{1z}}{T_1}} - r_2 e^{-\frac{\tau_{1z}}{T_2}} + r_1 e^{-\frac{\tau_{1z}}{T_1}} \right)}{T_2 - r_1}$$

Jmenovatel:

$$z^0: \quad a_0 = \frac{r_2 e^{-\frac{\tau_{1z}}{T_2} - \frac{\tau_{1z}}{T_1}} - r_1 e^{-\frac{\tau_{1z}}{T_1} - \frac{\tau_{1z}}{T_2}}}{T_2 - r_1}$$

$$z^1: \quad a_1 = \frac{-r_2 e^{-\frac{\tau_{1z}}{T_2}} - r_2 e^{-\frac{\tau_{1z}}{T_1}} + r_1 e^{-\frac{\tau_{1z}}{T_2}} + r_1 e^{-\frac{\tau_{1z}}{T_1}}}{T_2 - r_1}$$

$$z^2: \quad a_2 =$$

Tento způsob výpočtu je zbytečně složitý. Jelikož je možné použít dopřednou obdélníkovou metodu, není tento výpočet dokončen.

4.3 Porovnání shody modelu se soustavou

Porovnání míry shody modelu může být provedeno dvěma způsoby. Buď graficky, nebo číselně. V aplikaci jsou použity obě metody. Díky tomu lze zobrazit míru shody v % nebo si v grafu zobrazit naměřený průběh výstupu spolu s vypočítaným a vidět tak odchylku modelu.

4.3.1 Grafické porovnání modelu

Pro grafické porovnání je nutné vypočítat odezvu modelu na stejný vstupní signál, který byl použit při identifikaci. Pro tento účel se využívá popisu soustavy pomocí diferenční rovnice:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n)$$

Poté lze vypočítat hodnotu v k-tém kroku jako:

$$y(k) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) - a_1 y(k-1) - \dots - a_n y(k-n) \quad (4-49)$$

Výpočet pro soustavu prvního řádu:

$$a_0 y(k) + a_1 y(k-1) = b_0 u(k)$$

Kde $a_0 = 1$

Hodnota v k-tém kroku se vypočítá jako:

$$y(k) = b_0 u(k) - a_1 y(k-1)$$

Výpočet pro soustavu druhého řádu s jedním koeficientem v čitateli přenosu (pouze b_0):

$$a_0 y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) = b_0 u(k)$$

Kde $a_0 = 1$

Poté lze vypočítat hodnotu v k-tém kroku jako:

$$y(k) = b_0 u(k) - a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) \quad (4-50)$$

Výpočet pro soustavu druhého řádu se dvěma koeficienty v čitateli přenosu (b_0 i b_1):

$$a_0 y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1)$$

Kde $a_0 = 1$

Hodnota v k-tém kroku se vypočítá jako:

$$y(k) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) - a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) \quad (4-51)$$

4.3.2 Číselné porovnání modelu

Pro číselné porovnání byl použit FIT index (probráno v kapitole 0). Byl použit pro jeho jednoduchou implementaci a také proto, že poskytuje shodu modelu v %, což je výhodné pro snadné porovnání modelů.

4.4 Graficko-uživatelské rozhraní aplikace (GUI)

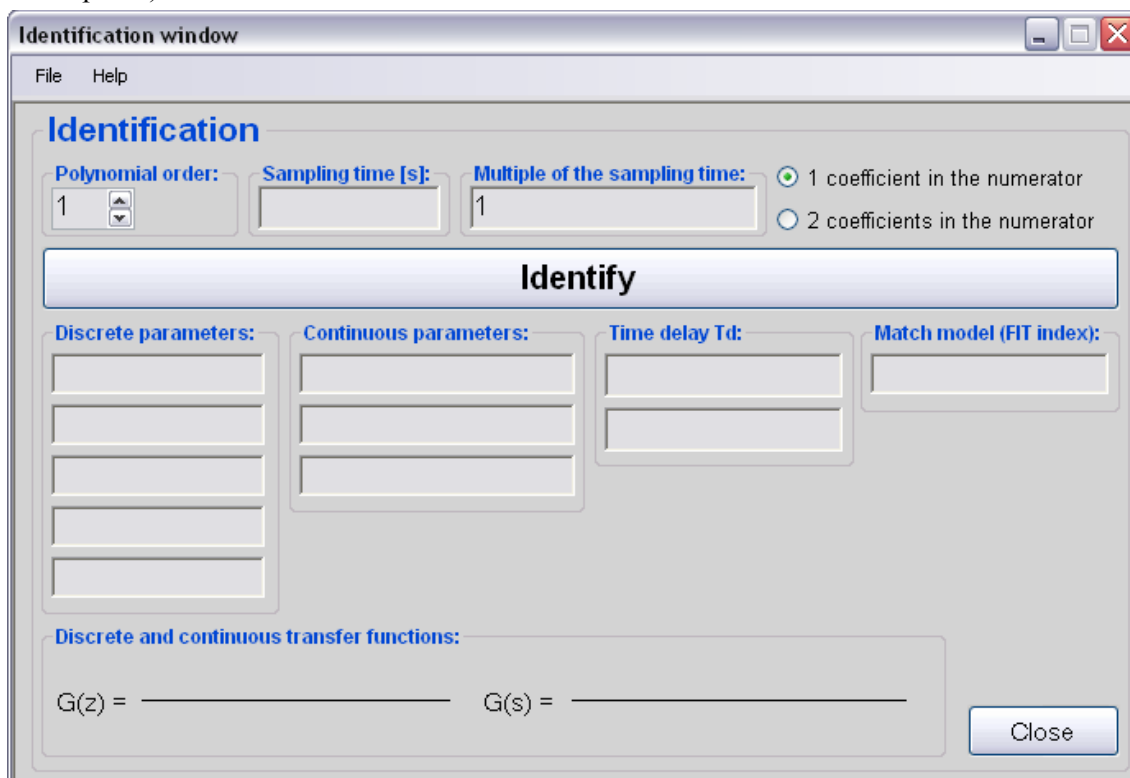
Graficko-uživatelské rozhraní se skládá z hlavního okna s názvem „Identification Windows“ (viz Obr. 4-5), které obsahuje dvě části rozdělené tlačítkem pro zpuštění identifikace (tlačítko s názvem „Identify“). V horní části jsou parametry, které se musí zadat pro identifikaci (popsané v kapitole 4.1.1). V dolní části se vypisují vypočítané parametry (rovněž popsané v kapitole 4.1.1).

Dále aplikace obsahuje panel nástrojů, ve kterém jsou dvě nabídky:

- File:
 - o Exit – uzavře aplikaci.
- Help:
 - o Help – zobrazí nápovědu k aplikaci (viz Obr. 4-7).
 - o About – zobrazí informace o aplikaci jako jsou název aplikace a autory (viz Obr. 4-6).

GUI - okna

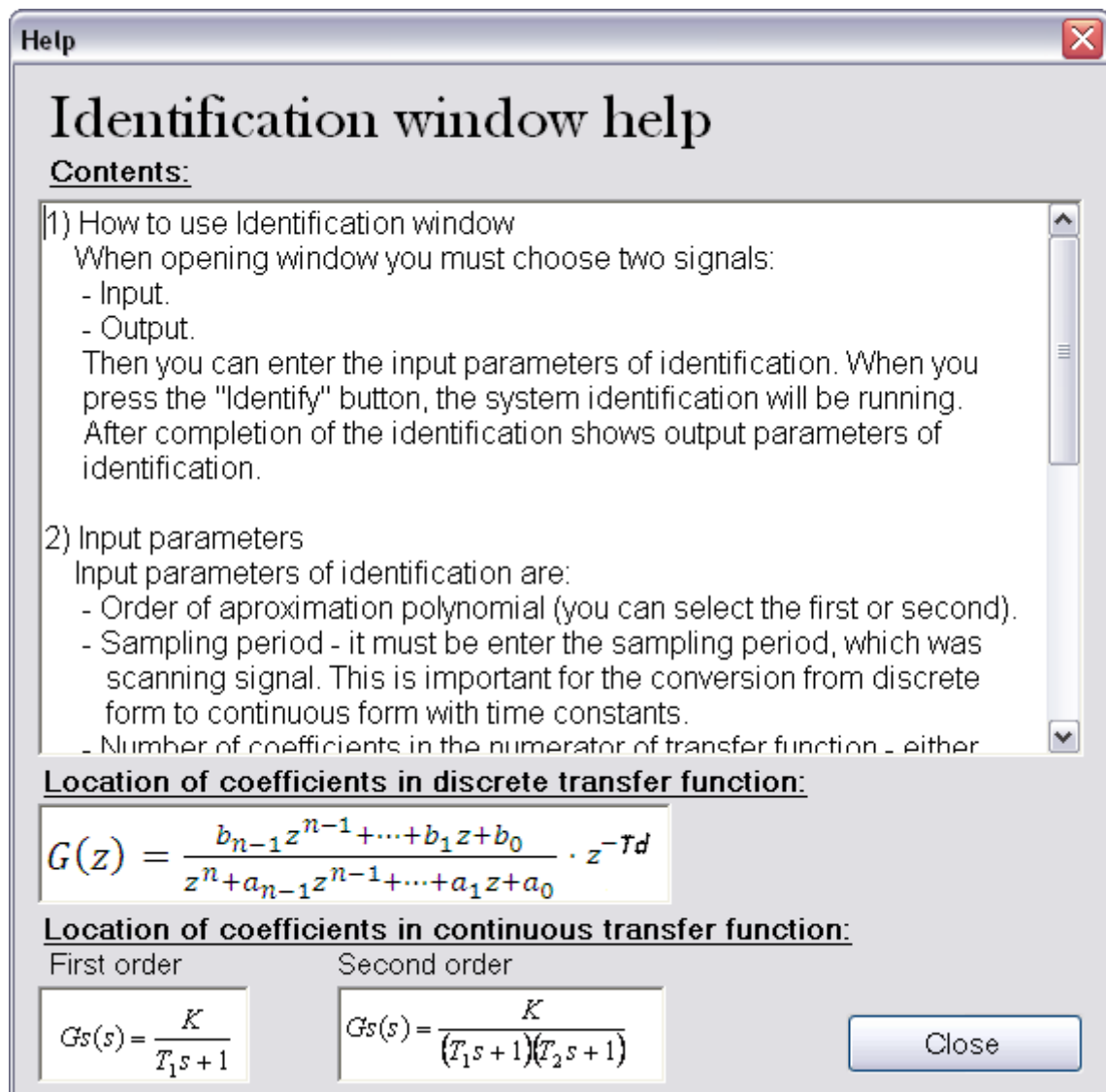
Graficko-uživatelské rozhraní aplikace se skládá ze třech oken (jak bylo popsáno výše v této kapitole).



Obr. 4-5 Hlavní okno aplikace pro identifikaci



Obr. 4-6 Okno „o aplikaci“



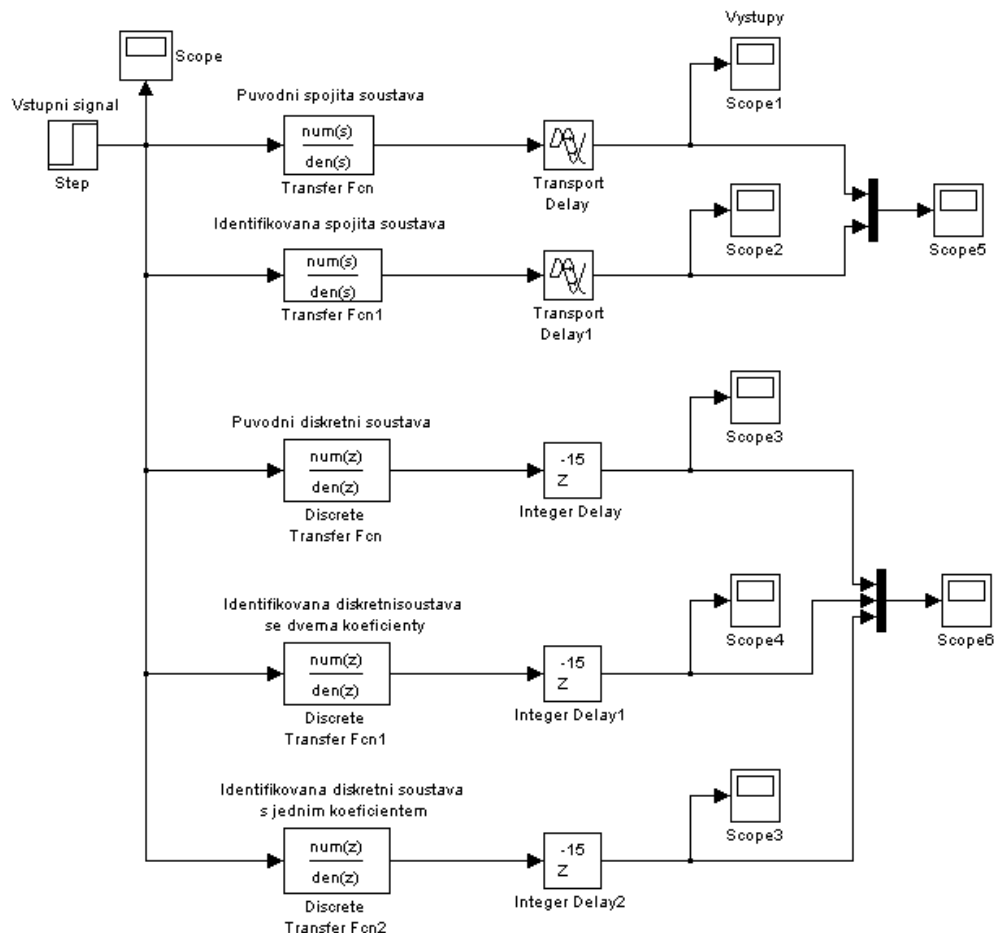
Obr. 4-7 Okno nápovědy

5 Testování vyvinutého řešení na modelových soustavách

Bylo provedeno testování aplikace na modelových soustavách typu:

- Soustava prvního řádu bez šumu a bez dopravního zpoždění.
- Soustava prvního řádu bez šumu a s dopravním zpožděním.
- Soustava prvního řádu s šumem a bez dopravního zpoždění.
- Soustava prvního řádu s šumem a s dopravním zpožděním.
- Soustava druhého řádu bez šumu a bez dopravního zpoždění.
- Soustava druhého řádu bez šumu a s dopravním zpožděním.
- Soustava druhého řádu s šumem a bez dopravního zpoždění.
- Soustava druhého řádu s šumem a s dopravním zpožděním.

Všechny soustavy byly namodelovány v programu Matlab. Byly získány naměřené data z přechodových charakteristik těchto soustav. Schéma v simulinku pro porovnání průběhů výstupů bylo stejné pro všechny typy soustav, pouze se měnily hodnoty (viz Obr. 5-1).



Obr. 5-1 Schéma v simulinku pro zobrazení výstupů soustav

Dále byly provedeny testy rychlosti výpočtu pro velký soubor naměřených dat.

5.1 Soustava prvního řádu bez šumu a bez dopravního zpoždění

Byla použita soustava s přenosem v Laplaceově transformaci:

$$Gs(s) = \frac{1}{4s + 1}$$

Přenos této soustavy v Z-transformaci:

$$Gs(z) = \frac{0,04877}{z - 0,9512}, T_{vz} = 0,2$$

Dále bylo využito programu Matlab pro získání simulačních dat pro identifikaci:

```
%Spojity prenos  
Gs=tf([1],[4 1])  
%Diskretizace  
Gz=c2d(Gs,0.2)  
%Ziskani dat pro identifikaci  
[Y,t]=step(Gz)
```

Pomocí identifikace byly zjištěny následující parametry přenosů:

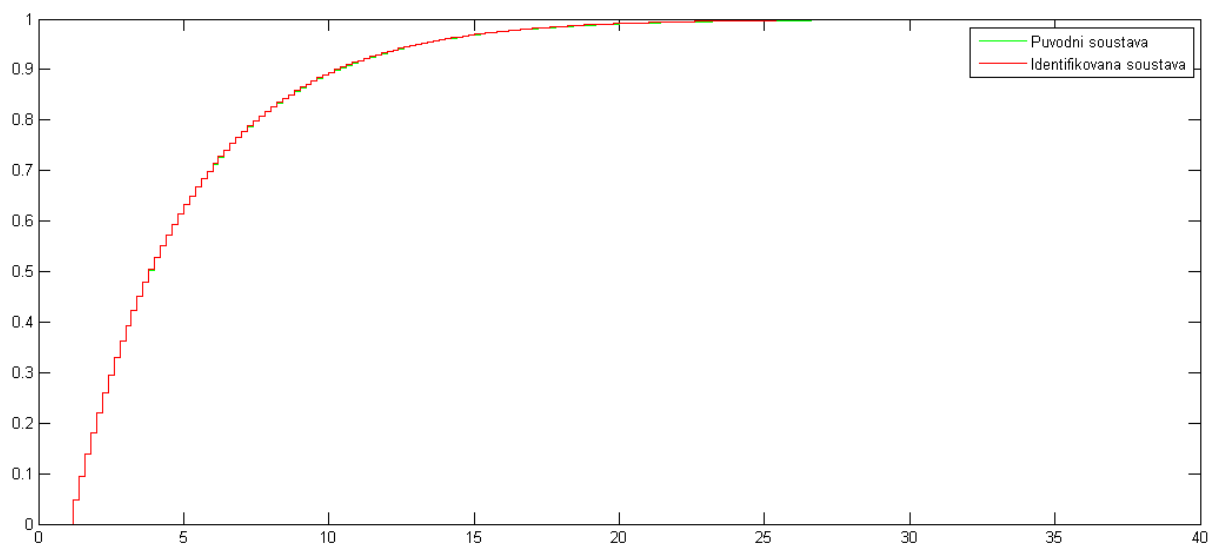
Přenos soustavy získaný identifikací:

$$Gs(s) = \frac{1}{4,1007s + 1}$$

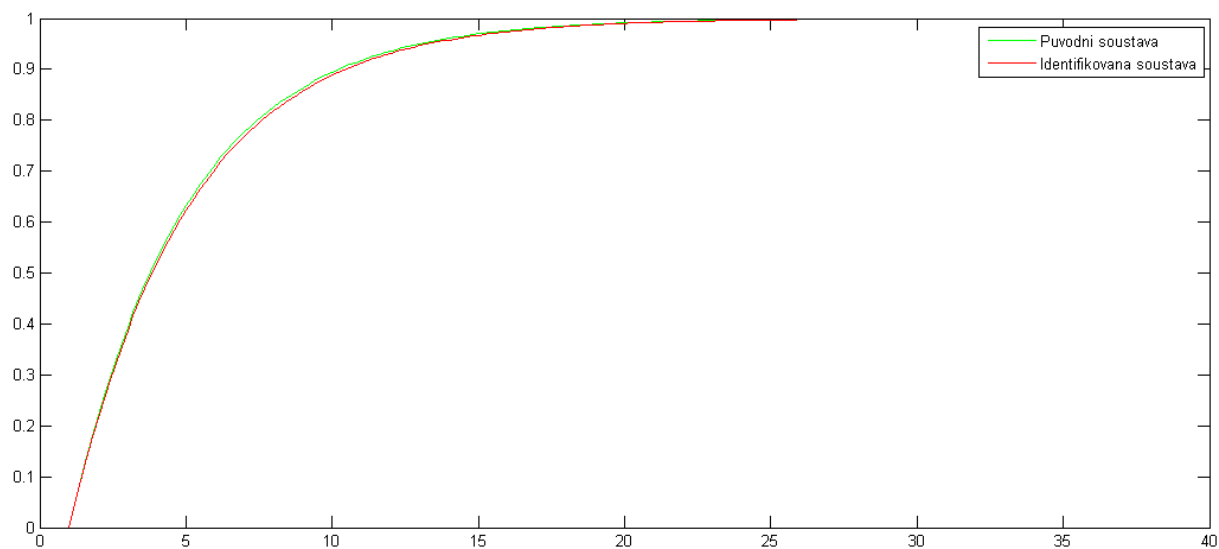
Přenos soustavy získaný identifikací v Z-transformaci:

$$Gs(z) = \frac{0,0488}{z - 0,9512}, T_{vz} = 0,2$$

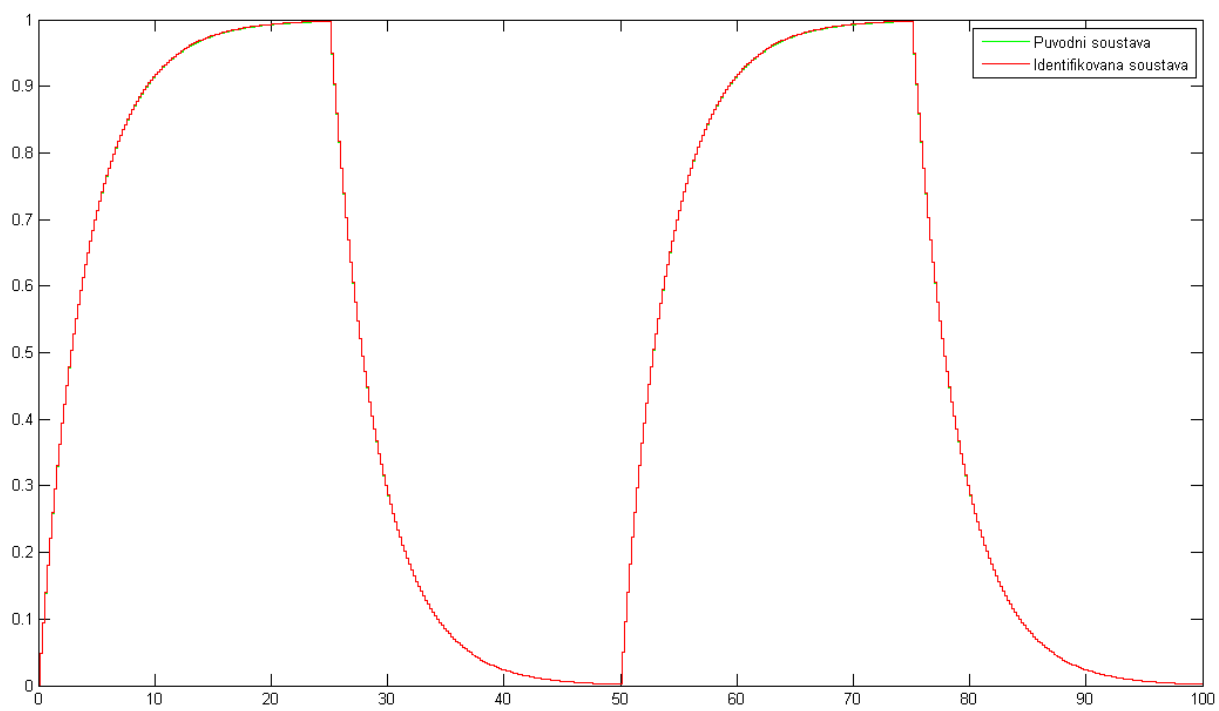
Shoda modelu (FIT index): 100%



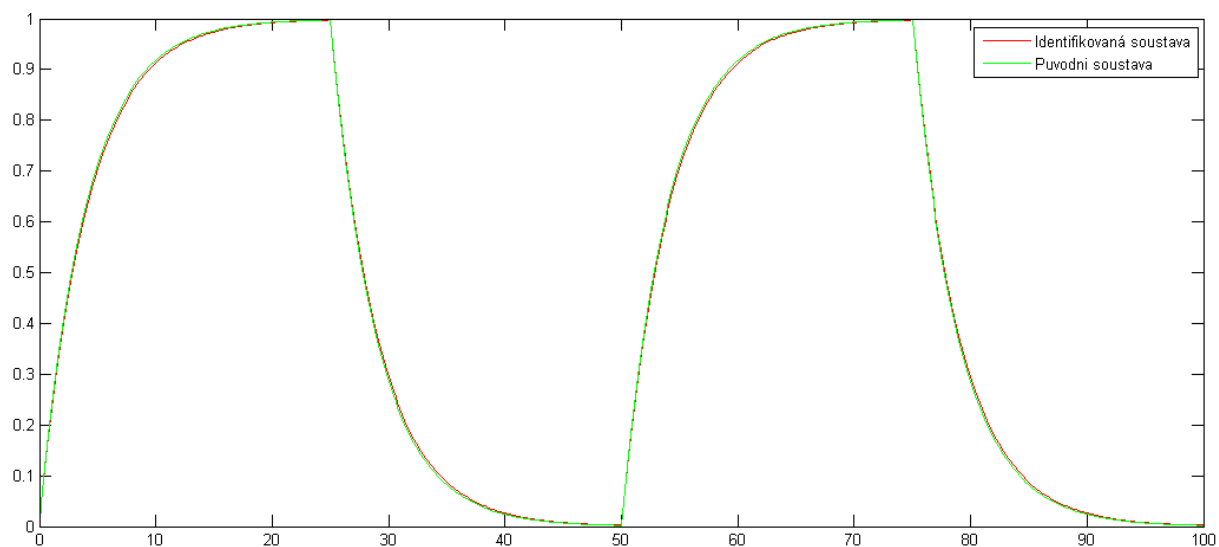
Obr. 5-2 Přechodová charakteristika diskrétní soustavy



Obr. 5-3 Přechodová charakteristika spojité soustavy



Obr. 5-4 Odezva diskrétní soustavy na obdélníkový signál



Obr. 5-5 Odezva spojité soustavy na obdélníkový signál

Z porovnání odezvy modelu soustavy s původní soustavou bez šumu (viz Obr. 5-3, Obr. 5-4, Obr. 5-5) vyplývá, že model soustavy téměř naprosto přesně kopíruje charakteristiky původní soustavy. Nijak významně (téměř vůbec) se neliší ani parametry v přenosech.

5.2 Soustava prvního řádu bez šumu a s dopravním zpožděním

Byla použita soustava s přenosem v Laplaceově transformaci:

$$Gs(s) = \frac{1}{s + 1} \cdot e^{-0s}$$

Přenos soustavy v Z-transformaci:

$$Gs(z) = \frac{0,09063}{z - 0,8187} \cdot z^{-00}, T_{vz} = 0,1$$

Dále bylo využito programu Matlab pro získání simulačních dat pro identifikaci:

```
%Spojity prenos (s dopravním zpožděním)
```

```
Gs=tf([1],[1 2], 'InputDelay',10)
```

```
%Diskretizace
```

```
Gz=C2D(Gs,0.1)
```

```
%Získání dat pro identifikaci
```

```
[Y,t]=step(Gz)
```

Pomocí identifikace byly zjištěny následující parametry přenosů:

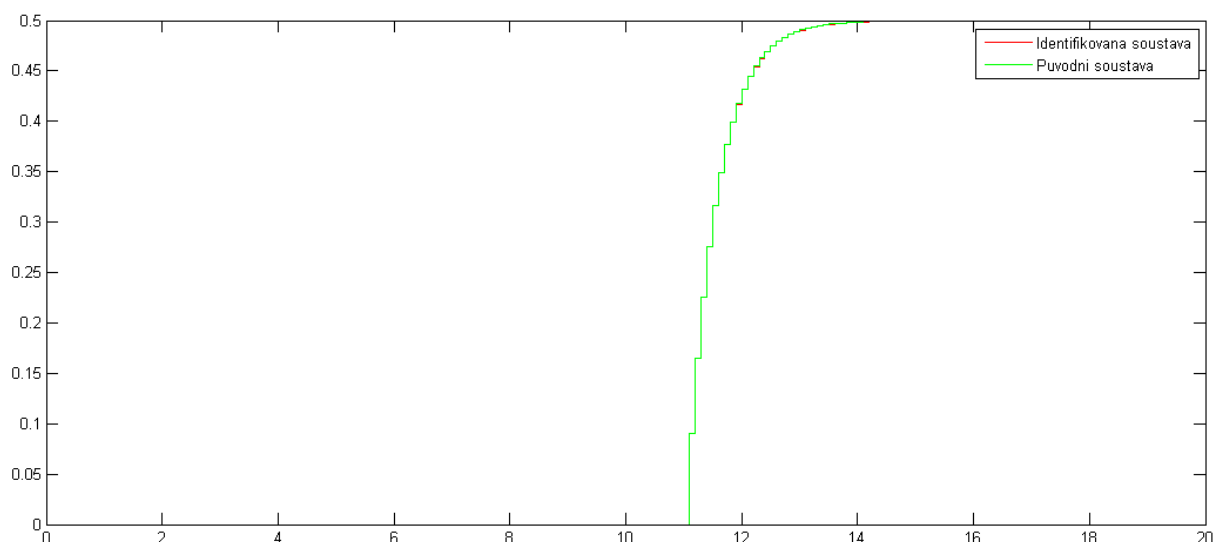
Přenos soustavy získaný identifikací:

$$Gs(s) = \frac{0,5}{0,5517s + 1} \cdot e^{-0s}$$

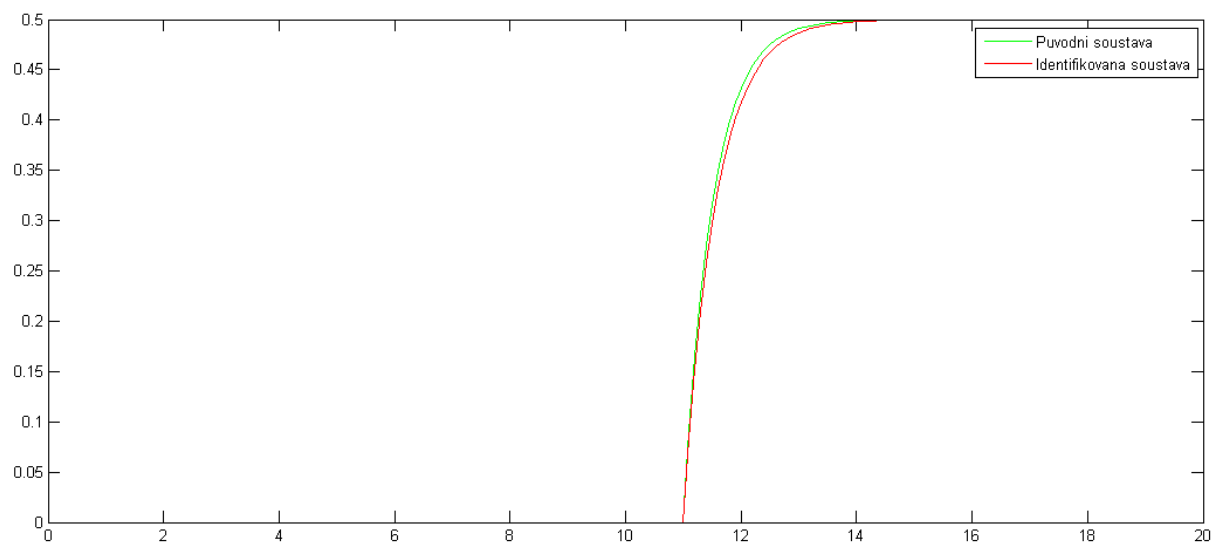
Přenos soustavy získaný identifikací v Z-transformaci:

$$Gs(z) = \frac{0,0906}{z - 0,8187} \cdot z^{-00}, T_{vz} = 0,1$$

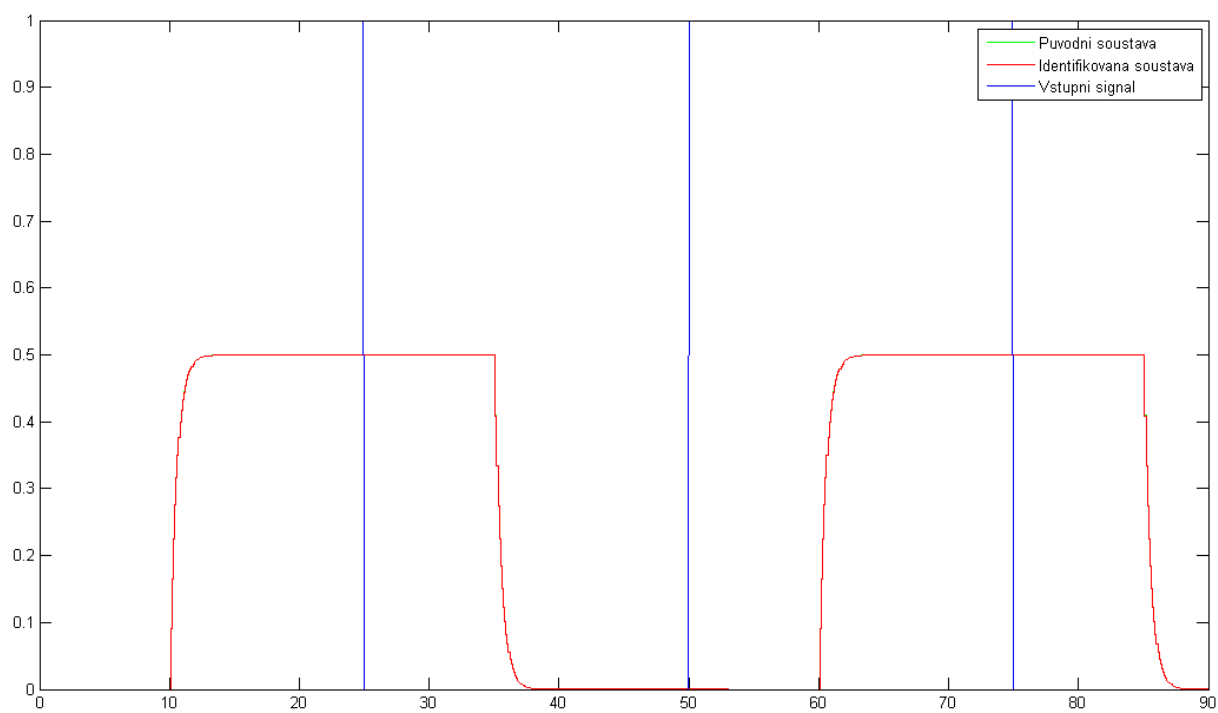
Shoda modelu (FIT index): 95,435%



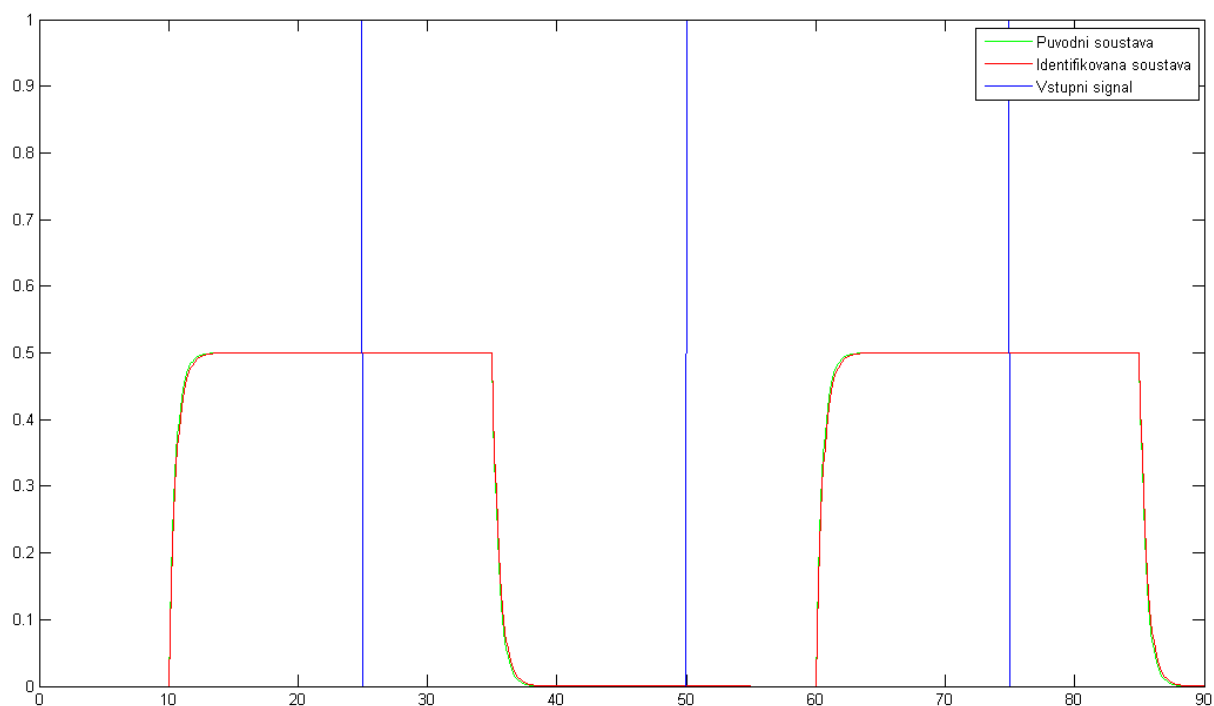
Obr. 5-6 Přechodová charakteristika diskrétní soustavy s dopravním zpožděním



Obr. 5-7 Přechodová charakteristika spojité soustavy s dopravním zpožděním



Obr. 5-8 Odezva diskrétní soustavy s dopravním zpožděním na obdélníkový signál



Obr. 5-9 Odezva spojité soustavy s dopravním zpožděním na obdélníkový signál

Z porovnání odezvy modelu soustavy s původní soustavou bez šumu (viz Obr. 5-7, Obr. 5-8, Obr. 5-9) vyplývá, že model soustavy téměř naprosto přesně kopíruje charakteristiky původní soustavy. Nijak významně se neliší ani parametry v přenosech. Dopravní zpoždění má stejnou hodnotu jako dopravní zpoždění původní soustavy.

5.3 Soustava druhého řádu bez šumu a bez dopravního zpoždění

Byla použita soustava s přenosem v Laplaceově transformaci:

$$G_s(s) = \frac{1}{(5s + 1)(2s + 1)}$$

Přenos soustavy v Z-transformaci:

$$G_s(z) = \frac{0,0004885 z + 0,0004772}{z^2 - 0,931 z + 0,9324}, T_{vz} = 0,1$$

Dále bylo využito programu Matlab pro získání simulačních dat pro identifikaci:

```
%Spojity prenos
Gs=tf([1],[10 7 1])
%Diskretizace
Gz=c2d(Gs,0.1)
%Ziskani dat pro identifikaci
[Y,t]=step(Gz)
```

Pomocí identifikace byly zjištěny následující parametry přenosů:

Přenos soustavy získané identifikací:

$$G_s(s) = \frac{0,9979}{(4,8033 s + 1)(2,2805 s + 1)}$$

Přenos soustavy získaný identifikací s jedním koeficientem v čitateli v Z-transformaci:

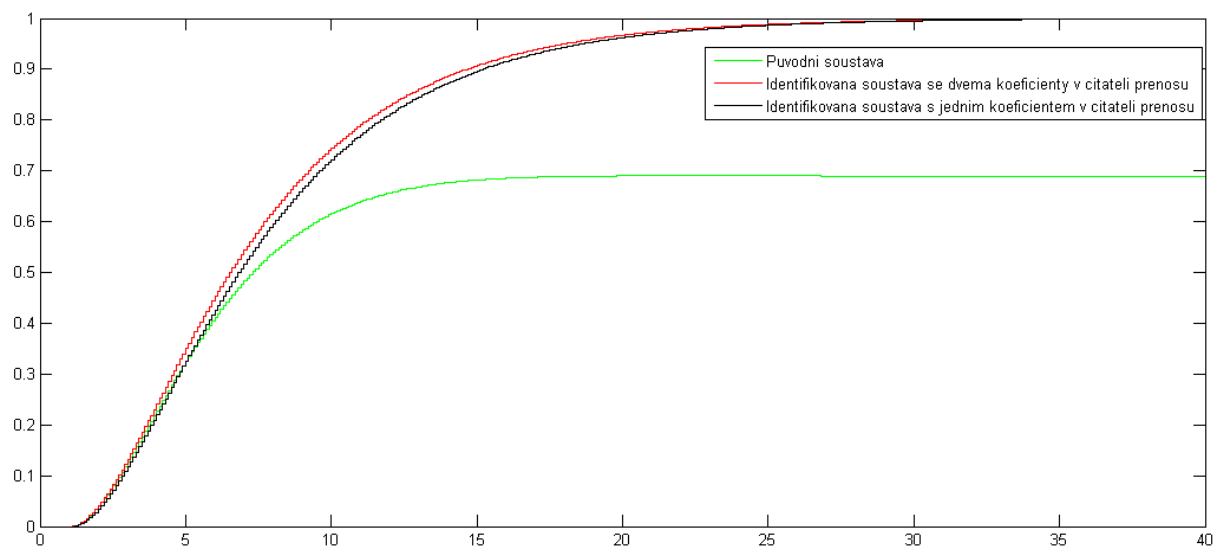
$$G_s(z) = \frac{0,0009}{z^2 - 0,9353 z + 0,9362}, T_{vz} = 0,1$$

Shoda modelu (FIT index): 99,97%

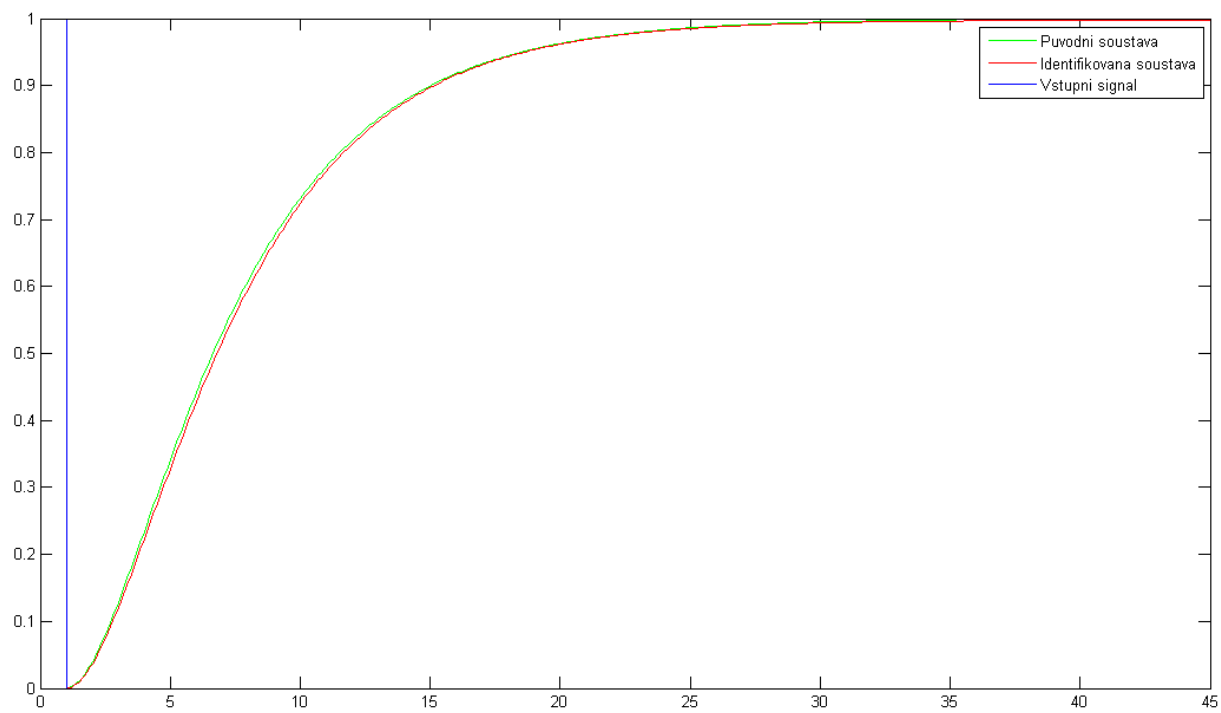
Přenos soustavy získaný identifikací s dvěma koeficienty v čitateli v Z-transformaci:

$$G_s(z) = \frac{0,0005 z + 0,0005}{z^2 - 0,9309 z + 0,9319}, T_{vz} = 0,1$$

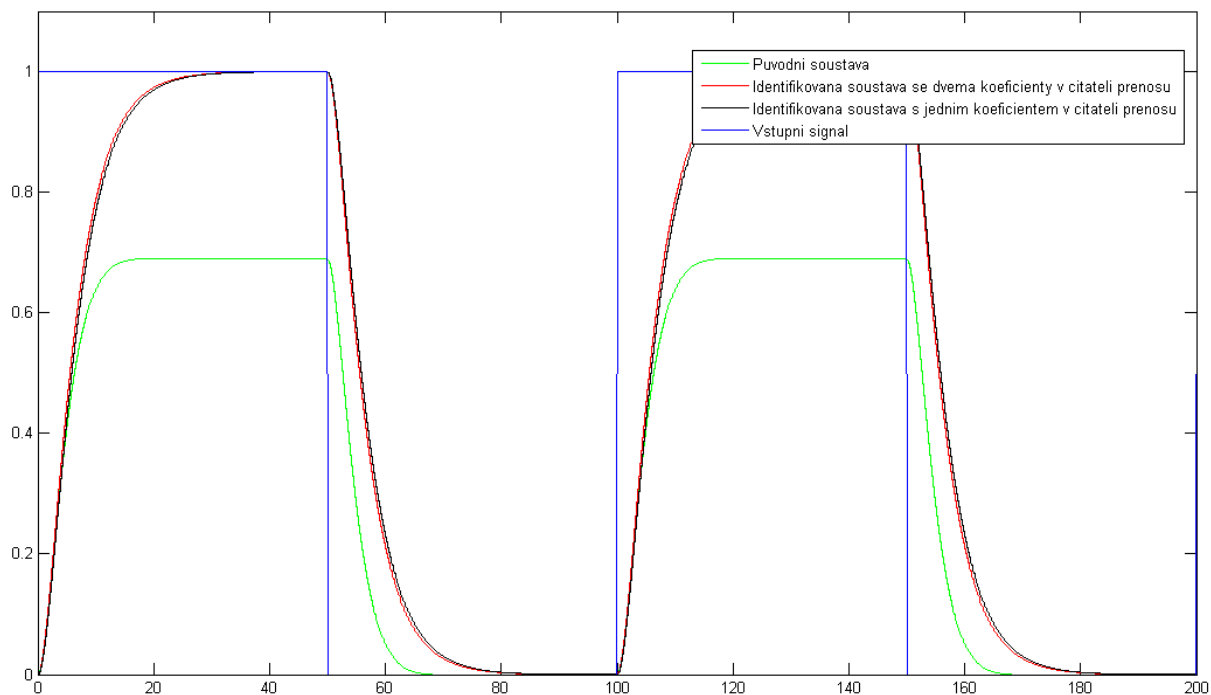
Shoda modelu: 99,97%



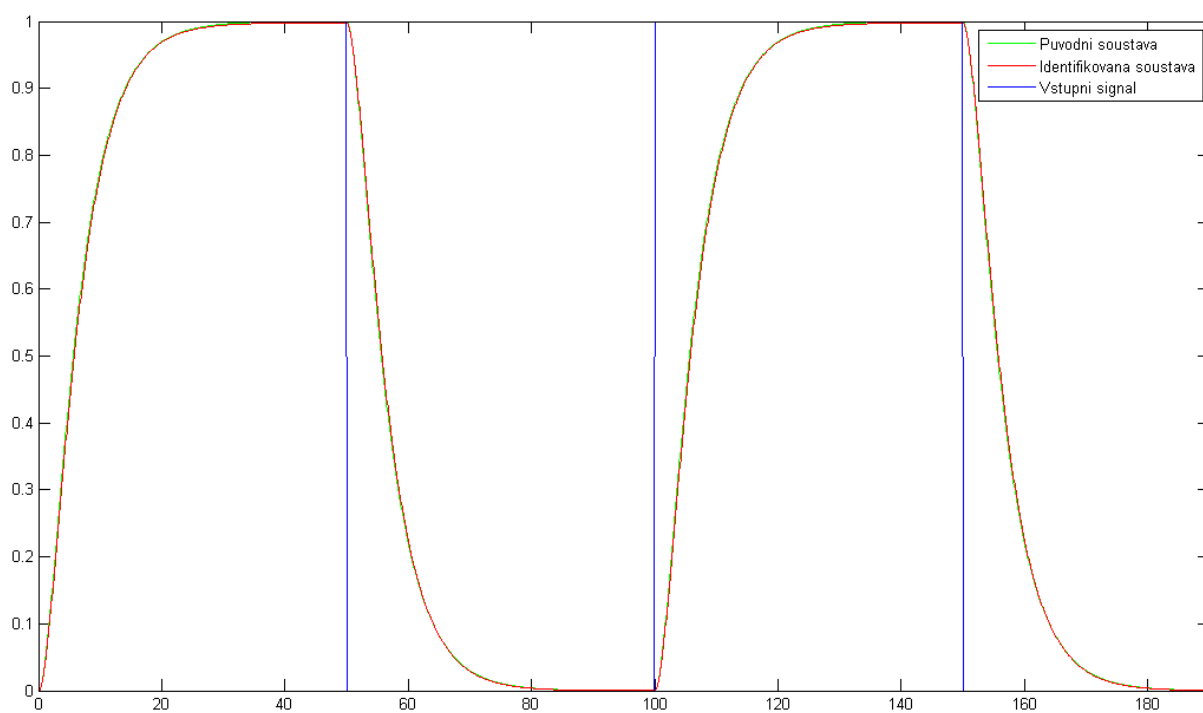
Obr. 5-10 Přechodová charakteristika diskrétní soustavy



Obr. 5-11 Přechodová charakteristika spojité soustavy



Obr. 5-12 Odezva diskrétní soustavy na obdélníkový signál



Obr. 5-13 Odezva spojité soustavy na obdélníkový signál

Z porovnání odezvy modelu soustavy s původní soustavou bez šumu (viz Obr. 5-11, Obr. 5-12, Obr. 5-13) vyplývá, že model soustavy téměř naprosto přesně kopíruje charakteristiky původní soustavy. Liší se akorát průběh původní soustavy v diskrétním tvaru (zelený průběh), který vypočítal program Matlab. Spojité průběhy jsou téměř naprosto shodné. Dále je patrný rozdíl mezi parametry v přenosech. Tento rozdíl je však zanedbatelný.

5.4 Soustava druhého řádu bez šumu a s dopravním zpožděním

Byla použita soustava s přenosem v Laplaceově transformaci:

$$G_s(s) = \frac{1}{(4s + 1)(s + 1)} \cdot e^{-s}$$

Přenos soustavy v Z-transformaci:

$$G_s(z) = \frac{0,004604 z + 0,004236}{z^2 - 0,77 z + 0,7788} \cdot z^{-1}, T_{vz} = 0,2$$

Dále bylo využito programu Matlab pro získání simulačních dat pro identifikaci:

%Spojitý přenos (s dopravní zpožděním)

Gs=tf([1],[4 5 1],'inputdelay',3)

%Diskretizace

Gz=c2d(Gs,0.2)

%Získání dat pro identifikaci

[Y,t]=step(Gz)

Pomocí identifikace byly zjištěny následující parametry přenosů:

Přenos soustavy získané identifikací:

$$G_s(s) = \frac{0,9954}{(3,7373 s + 1)(1,4399 s + 1)} \cdot e^{-s}$$

Přenos soustavy získaný identifikací s jedním koeficientem v čitateli v Z-transformaci:

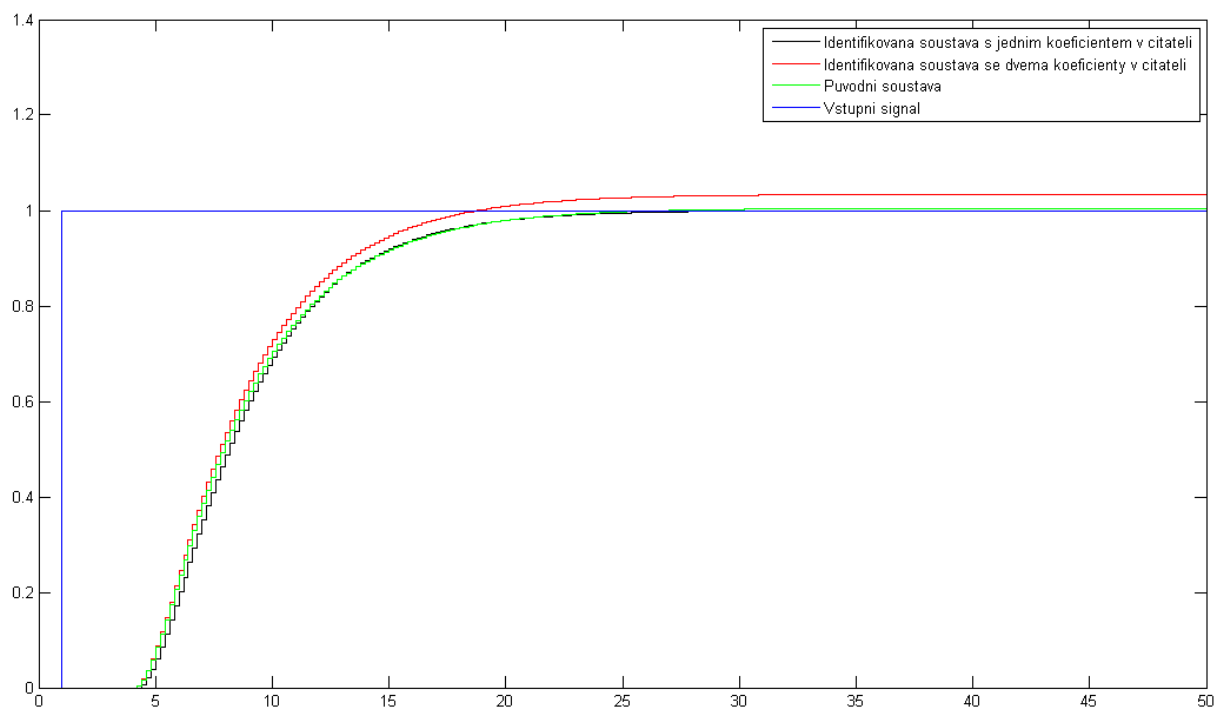
$$G_s(z) = \frac{0,0074}{z^2 - 0,8076 z + 0,815} \cdot z^{-1}, T_{vz} = 0,2$$

Shoda modelu: 94,36%

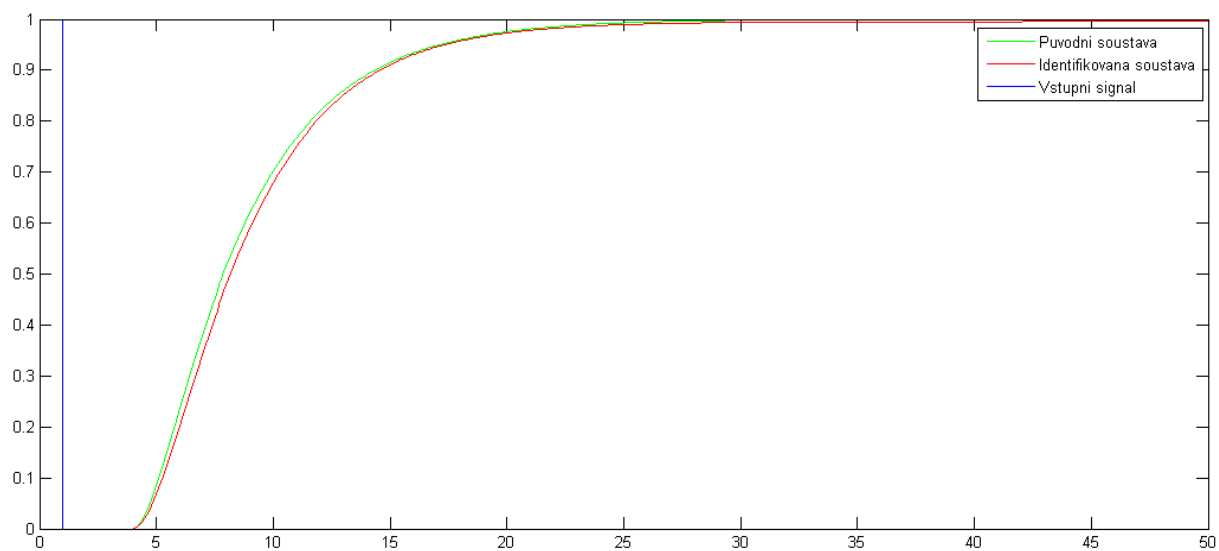
Přenos soustavy získaný identifikací s dvěma koeficienty v čitateli v Z-transformaci:

$$G_s(z) = \frac{0,0042 z + 0,0046}{z^2 - 0,7699 z + 0,7788} \cdot z^{-1}, T_{vz} = 0,2$$

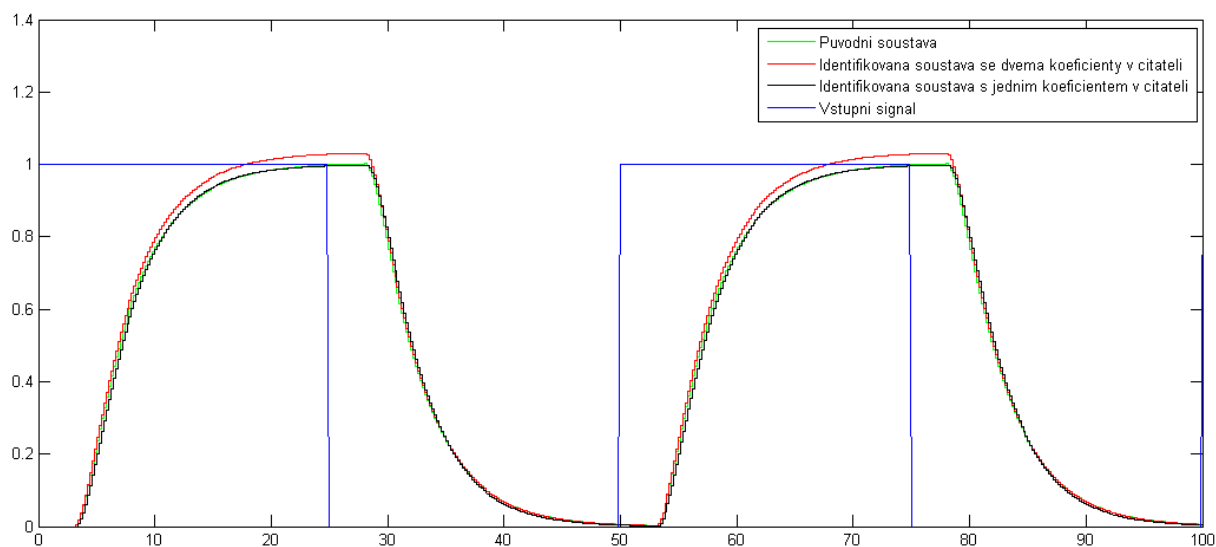
Shoda modelu (FIT index): 94,37%



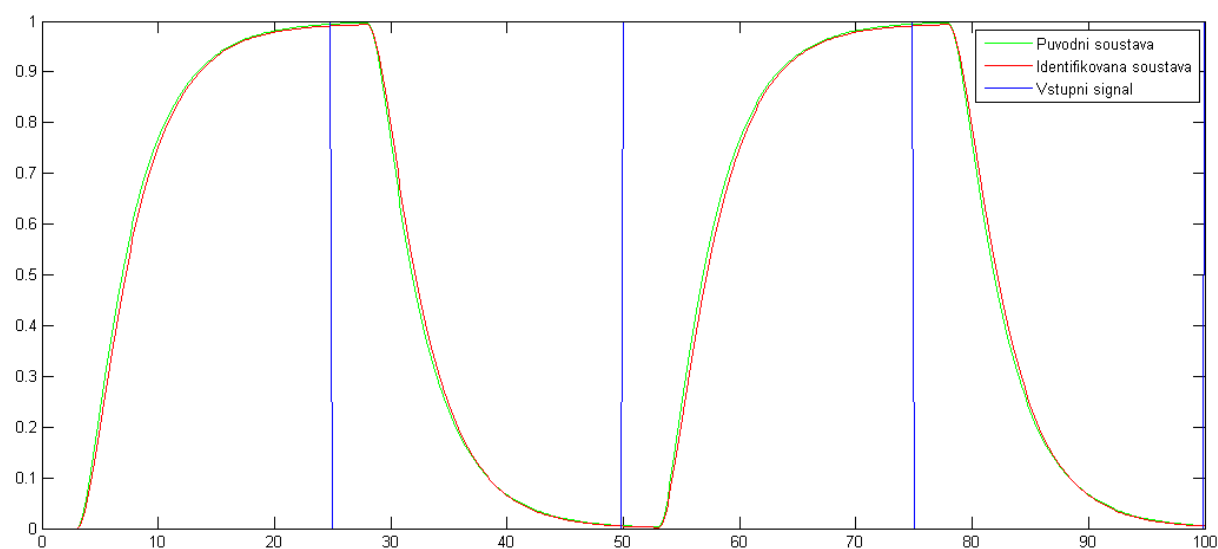
Obr. 5-14 Přechodová charakteristika diskrétní soustavy s dopravním zpožděním



Obr. 5-15 Přechodová charakteristika spojitě soustavy s dopravním zpožděním



Obr. 5-16 Odezva diskrétní soustavy na obdélníkový signál s dopravním zpožděním



Obr. 5-17 Odezva spojitě soustavy na obdélníkový signál s dopravním zpožděním

Z porovnání odezvy modelu soustavy s původní soustavou bez šumu vyplývá, že model soustavy téměř naprosto přesně kopíruje charakteristiky původní soustavy. Opět se akorát liší průběh identifikované soustavy v diskrétním tvaru se dvěma koeficienty (b_0, b_1) v čitateli přenosu, který má rozdílné (větší) zesílení. Spojité průběhy jsou ovšem téměř naprosto shodné. Parametry v přenosech jsou již rozdílnější, ovšem na výslednou odezvu soustavy to nemá téměř žádný vliv.

5.5 Soustava prvního řádu se šumem na vstupu a bez dopravního zpoždění

Byla použita soustava s přenosem v Laplaceově transformaci:

$$Gs(s) = \frac{1}{4s + 1}$$

Přenos soustavy v Z-transformaci:

$$Gs(z) = \frac{0,04877}{z - 0,9512}, T_{vz} = 0,2$$

Dále bylo využito programu Matlab pro získání simulačních dat pro identifikaci:

```
%Spojity prenos  
Gs=tf([1],[4 1])  
%Diskretizace  
Gz=c2d(Gs,0.2)
```

Tyto přenosy byly zadány do schématu v Simulinku, kde k nim byl přidán šum (Noise power = 0,001). Takto získaná data byla zadána do aplikace a provedla se identifikace.

Pomocí identifikace byly zjištěny následující parametry přenosů:

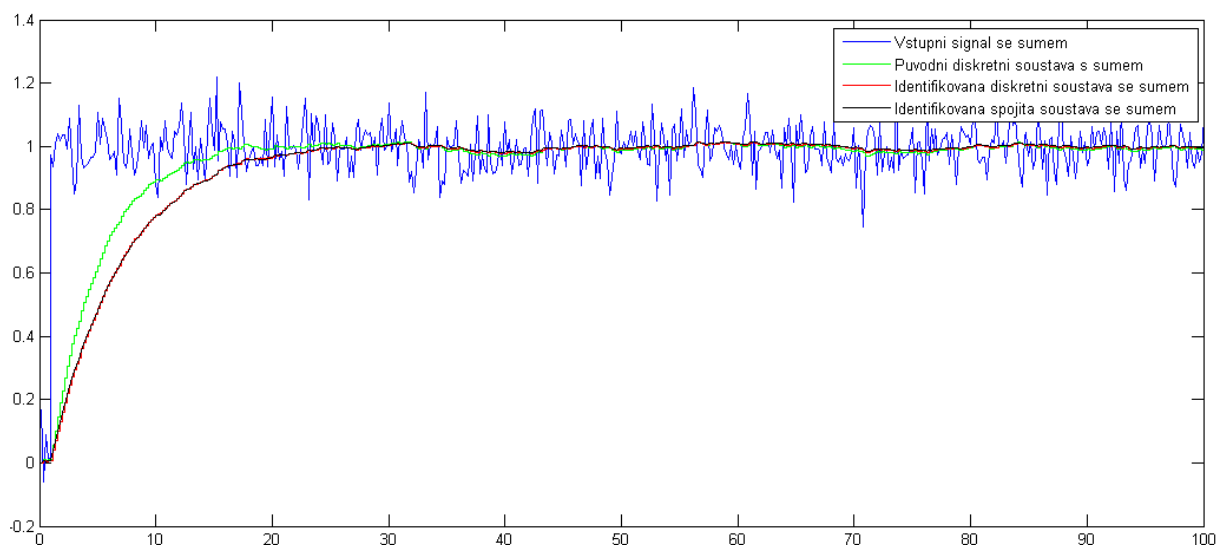
Spojité přenos soustavy získaný identifikací:

$$Gs(s) = \frac{1,0049}{6,0326s + 1}$$

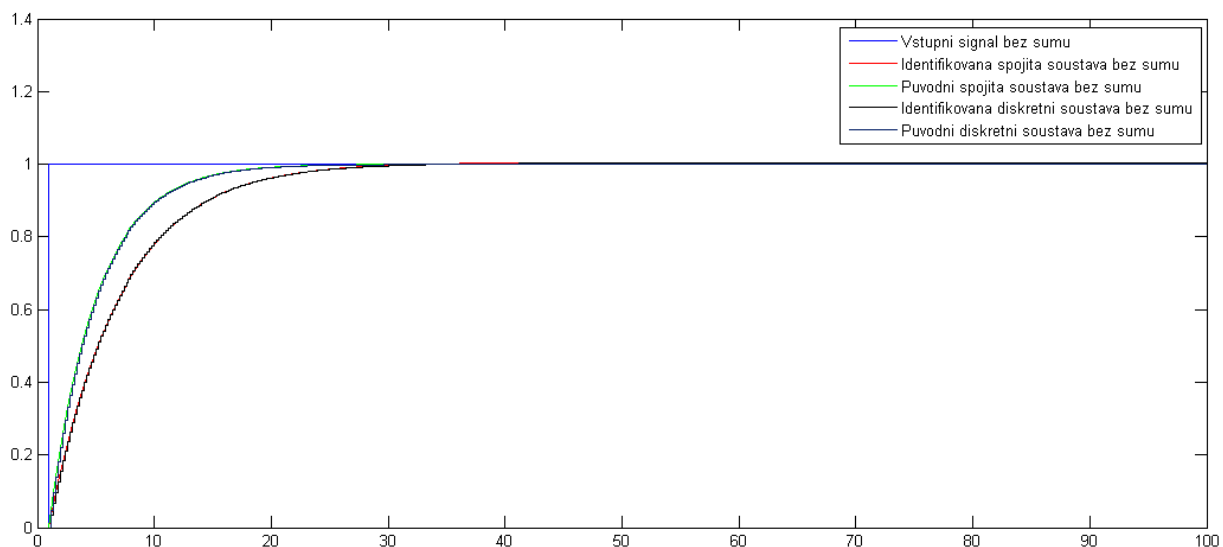
Diskrétní přenos soustavy získaný identifikací:

$$Gs(z) = \frac{0,0333}{z - 0,9668}, T_{vz} = 0,2$$

Shoda modelu (FIT index): 96,53 %



Obr. 5-18 Přechodová charakteristika soustavy se šumem a bez dopravního zpoždění



Obr. 5-19 Odezva soustavy identifikované se šumem, bez dopravního zpoždění, na jednotkový skok bez šumu

Z porovnání odezvy modelu soustavy s původní soustavou bez šumu (viz Obr. 5-18, Obr. 5-19) vyplývá, že model soustavy již plně neodpovídá původní soustavě a parametry v přenosech se také mírně liší. Ovšem vzhledem k velikosti šumu přiváděného na vstup soustavy, by se dalo říci, že rozdíly nejsou příliš velké. Je zde patrný rozdíl v době ustálení na požadované hodnotě.

5.6 Soustava prvního řádu s vysokou hladinou šumu na výstupu a bez dopravního zpoždění

Byla použita soustava s přenosem v Laplaceově transformaci:

$$Gs(s) = \frac{1}{(4s +)}$$

Přenos soustavy v Z-transformaci:

$$Gs(z) = \frac{0,04877}{z - 0,9512}, T_{vz} = 0,2$$

Dále bylo využito programu Matlab pro získání simulačních dat pro identifikaci:

```
%Spojity prenos
Gs=tf([1],[4 1])
%Diskretizace
Gz=c2d(Gs,0.2)
```

Tyto přenosy byly zadány do schématu v Simulinku, kde k nim byl přidán šum (Noise power = 0,001). Takto získaná data byla zadána do aplikace a provedla se identifikace.

Pomocí identifikace byly zjištěny následující parametry přenosů:

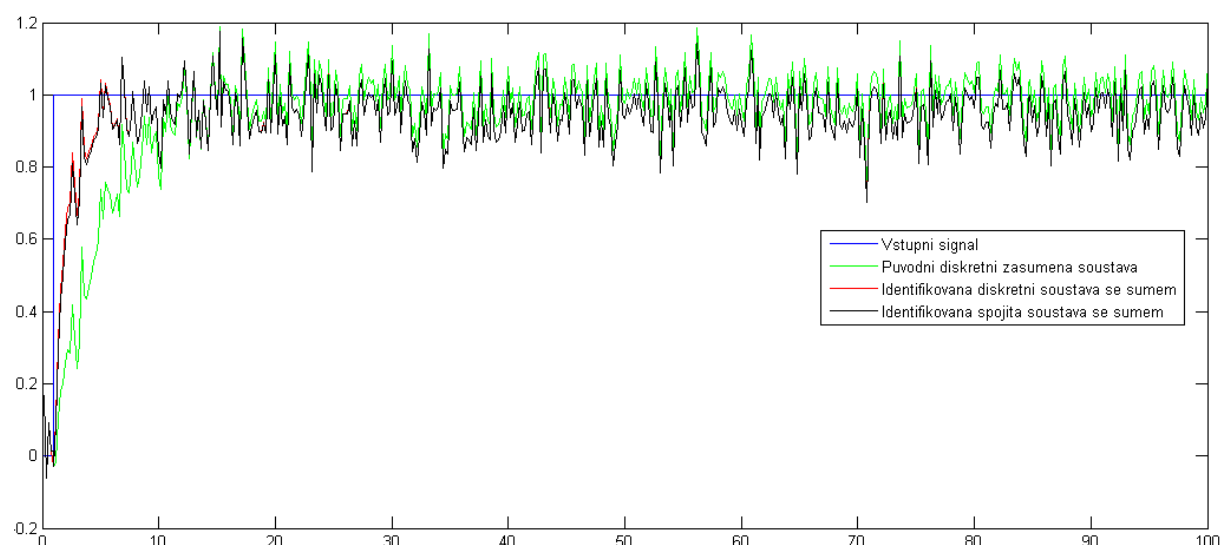
Spojité přenos soustavy získaný identifikací:

$$Gs(s) = \frac{0,957}{1,1444s + }$$

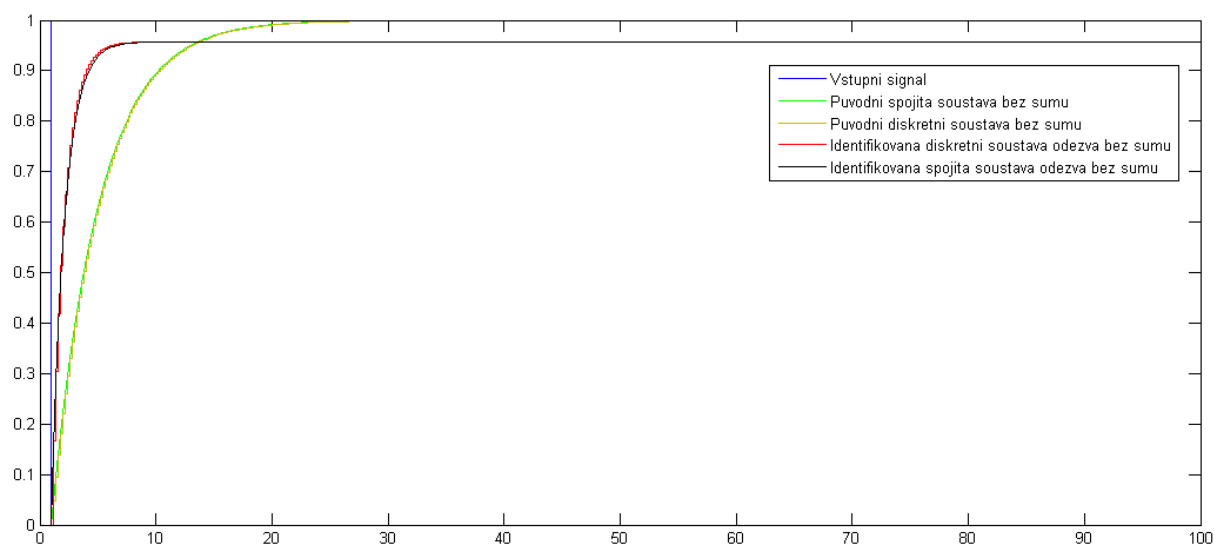
Diskrétní přenos soustavy získaný identifikací:

$$Gs(z) = \frac{0,1673}{z - 0,8252}, T_{vz} = 0,2$$

Shoda modelu (FIT index): 39,73 %



Obr. 5-20 Přejchodová charakteristika soustavy prvního řádu s vysokou hladinou šumu na výstupu



Obr. 5-21 Odezva soustavy prvního řádu s vysokou hladinou šumu na výstupu, odezva bez šumu

Z porovnání odezvy modelu soustavy s původní soustavou bez šumu (viz Obr. 5-20, Obr. 5-21) vyplývá, že model soustavy se zde již značně liší od původní soustavy. Jsou zde patrné i relativně velké rozdíly v parametrech přenosů soustavy. Celkový průběh (jak doba ustálení, tak i hodnota zesílení) se u identifikované soustavy značně liší. Pro takto zašuměný signál již tímto způsobem nelze provést identifikaci s adekvátním výsledkem.

5.7 Soustava prvního řádu s nízkou hladinou šumu na výstupu a bez dopravního zpoždění

Byla použita soustava s přenosem v Laplaceově transformaci:

$$G_s(s) = \frac{1}{(4s + 1)}$$

Přenos soustavy v Z-transformaci:

$$G_s(z) = \frac{0,04877}{z - 0,9512}, T_{vz} = 0,2$$

Dále bylo využito programu Matlab pro získání simulačních dat pro identifikaci:

```
%Spojitý přenos
Gs=tf([1],[4 1])
%Diskretizace
Gz=c2d(Gs,0.2)
```

Tyto přenosy byly zadány do schématu v Simulinku, kde k nim byl přidán šum (Noise power = 0,00001). Takto získaná data byla zadána do aplikace a provedla se identifikace.

Pomocí identifikace byly zjištěny následující parametry přenosů:

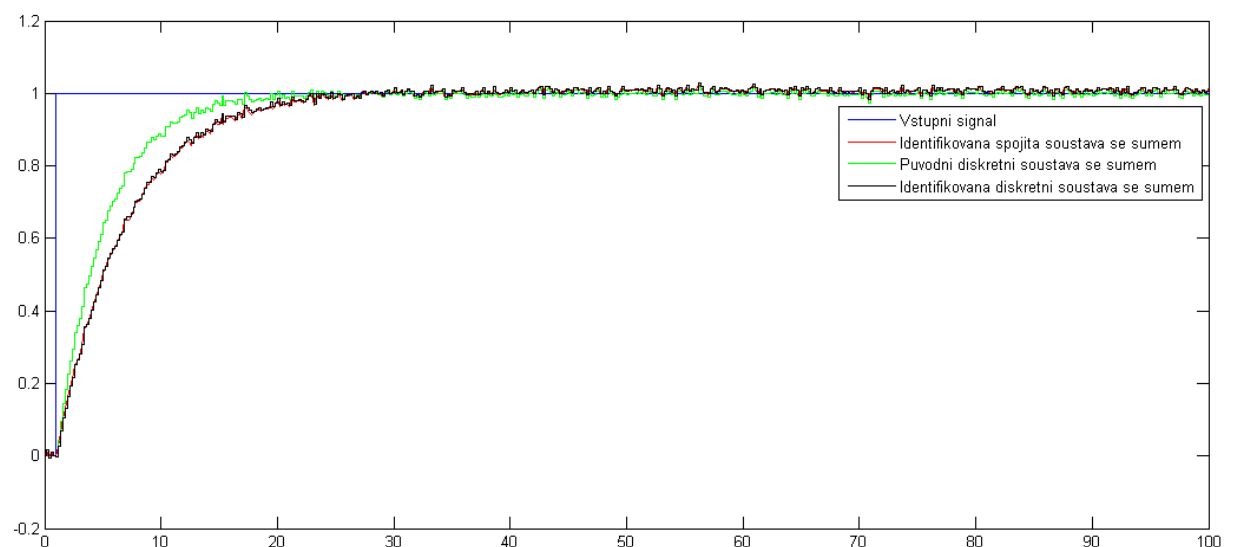
Spojité přenos soustavy získaný identifikací:

$$G_s(s) = \frac{1,0072}{5,8786s + 1}$$

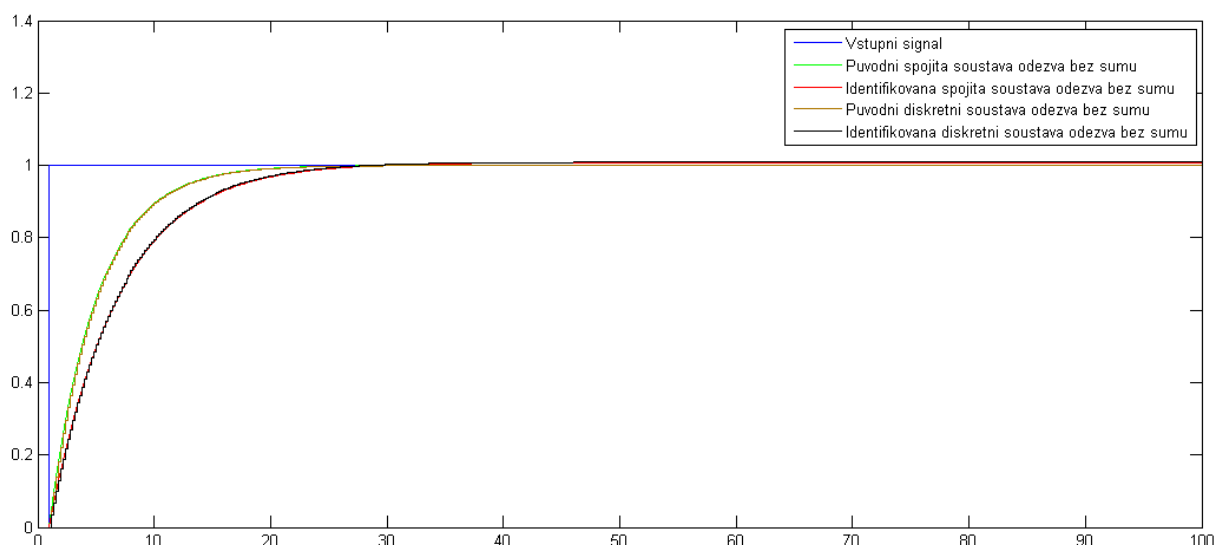
Diskrétní přenos soustavy získaný identifikací:

$$G_s(z) = \frac{0,0343}{z - 0,966}, T_{vz} = 0,2$$

Shoda modelu (FIT index): 97,33 %



Obr. 5-22 Přejchodová charakteristika soustavy prvního řádu s nízkou hladinou šumu na výstupu



Obr. 5-23 Odezva soustavy prvního řádu s nízkou hladinou šumu na výstupu, odezva bez šumu

Z porovnání odezvy modelu soustavy s původní soustavou se šumem (viz Obr. 5-22, Obr. 5-23) vyplývá, že model soustavy se příliš neliší od původní soustavy. Jsou zde sice patrné rozdíly v některých parametrech v přenosech a také rozdíl v době ustálení na požadované hodnotě. Tyto rozdíly však nejsou příliš velké a lze tudíž požadovat identifikaci za úspěšnou.

5.8 Test rychlosti zpracování

Test rychlosti zpracování spočívá v načtení velkého množství vzorků a provedení identifikace nad těmito daty. Tento test byl proveden na běžném notebooku (dvoujádrový procesor s taktovací frekvencí 1,73 GHz, 1,99BG RAM).

Při použití soustavy prvního řádu o 50 000 vzorcích nebylo znát žádné zpoždění výpočtu ve srovnání se stejnou soustavou o 500 vzorcích.

Při použití soustavy druhého řádu o 50 000 vzorcích rovněž nebylo znát žádné zpoždění výpočtu ve srovnání se stejnou soustavou o 500 vzorcích.

6 Závěr

V prvních kapitolách byla probrána základní teorie o soustavách obecně (jejich druhy, spojitě, diskrétní, způsoby popisů – vnitřní, vnější apod.). Dále následovaly kapitoly popisu identifikace soustav a jejich možnosti. Byly vysvětleny modely ARX, ARMAX, OE, BJ. V kapitole 2.7 byly konkrétněji rozepsány způsoby identifikace (aproximace frekvenční charakteristiky, vyhodnocení frekvenčních charakteristik, aproximace přechodových charakteristik, metoda nejmenších čtverců a identifikace dopravního zpoždění). Následující kapitoly byly věnovány výběru nejvhodnější metody identifikace a následné porovnání míry shody identifikovaného modelu s původní soustavou (grafické porovnání, informační kritéria, FIT index). Jako poslední kapitola teoretické části byl zařazen jednoduchý popis dostupných softwarových nástrojů pro identifikaci dat. Byly uvedeny dva a to z Matlabu „System Identification Toolbox“ a z LabView „System Identification Toolkit“.

Následující kapitoly byly již věnovány praktické realizaci aplikace pro jednorázovou identifikaci z naměřených dat. V kapitole 4 je uveden popis aplikace (funkce, způsob komunikace s dalšími částmi celkové aplikace, vstupy a výstup z/do aplikace apod.). Dále následoval popis způsobu výběru metody identifikace. Konkrétně byla zvolena identifikace metodou nejmenších čtverců. Pro identifikaci dopravního zpoždění bylo využito faktu, že dopravní zpoždění v diskrétním tvaru je vlastně posun signálu výstupu oproti vstupu o určitý počet kroků. Ze znalosti počtu těchto kroků lze vypočítat dopravní zpoždění. Omezení této metody identifikace dopravního zpoždění spočívá v tom, že nelze provést identifikaci jinak, než z přechodové charakteristiky (na rozdíl od metody nejmenších čtverců, u které lze použít jakýkoliv průběh vstupní veličiny a jí příslušející průběh výstupní veličiny. Podkapitola 4.2.2 je věnována metodám převodu diskrétního přenosu na spojitý (zpětná obdélníková metoda, dopředná obdélníková metoda, Tustinova aproximace). Jsou zde také uvedeny výpočty pro všechny požadované přenosy (přenos prvního řádu a druhého řádu). Na základě podobnosti dopředné obdélníkové metody s tvarovačem nultého řádu a na základě konzultací byla tato metoda zvolena jako dostačující pro převod do spojitě oblasti a nakonec využita v aplikaci.

Po převedení všech vybraných metod identifikace a převodů popisů do programové podoby byly provedeny testy na modelových soustavách. Tyto testy jsou popsány v kapitolách 5.1 až 5.8. Z výsledků vyplývá, že realizovaná aplikace je funkční a v případě nepřítomnosti šumu vrací parametry téměř naprosto shodné s původními soustavami (98 % až 100 %). V případě, že je zašuměn vstupní signál nízkým šumem, výsledky jsou také s jistou (malou) tolerancí shodné s původními soustavami (kolem 97 %). V dalším případě, že je šum zaveden až na výstupu soustavy, mohou být výsledky velmi rozdílné. Zde záleží na velikosti šumu. Pokud je šum malý, je shoda modelu s původní soustavou velká (přes 90%). Pokud ovšem je šum větší, může shoda klesnout až na 30 %. Takto navrženou aplikaci lze dále využít pro identifikaci soustav. Jelikož má tato aplikace sloužit k tomu, aby byl zjednodušen návrh regulátorů, je třeba k ní ještě navrhnout aplikaci metod pro výpočet regulátorů ze zjištěných přenosů. Tato část je již mimo zadání této práce, ale byly provedeny úpravy pro umožnění přidání těchto výpočtů v budoucnu.

7 Použitá literatura

- [1] NOSKIEVIČ, Petr. *Modelování a identifikace systémů*. Ostrava : MONTANEX a.s., 1999. 276 s.
- [2] MODRLÁK, Osvald; HUBKA, Lukáš. *Úvod do parametrické identifikace*. Liberec: [s.n.], 2010. 42 s.
- [3] NEVŘIVA, Pavel. *Základy teorie signálů a soustav*. [s.l.]: [s.n.], 2007. 110 s.
- [4] NEVŘIVA, Pavel; MACHÁČEK, Zdeněk. *Číslíkové signály a soustavy*. VŠB TU Ostrava: [s.n.], 2006. 110 s.
- [5] MATĚJKA, Jiří. *Metoda nejmenších čtverců v identifikaci dynamických systémů*. Brno, 2009. 32 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně.
- [6] PAŘENICOVÁ, Petra. *Odhad modelu oceňování kapitálových aktiv pomocí Kalmanova filtru*. Ostrava, 2006. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze. Vedoucí práce PhDr. Martin Netuka.
- [7] MACALÍK, Radek. *Identifikace regulované soustavy – experimentální jednotka pro spalování biomasy*. Brno, 2008. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce Ing. Vítězslav Máša.

8 Použité internetové zdroje

- [20] ŠČEVÍK, Petr. *Číslíková regulace* [online]. Ostrava, 2006 [cit. 2012-01-03]. Dostupné z: <http://www.fs.vsb.cz/books/cislicovaregulace/>. VŠB-TU Ostrava.
- [21] UNIVERZITA TOMÁŠE BATI VE ZLÍNĚ. *Řízení technologických procesů* [online]. [cit. 2012-04-15]. Dostupné z: <http://rtp.webzdarma.cz/uvod.php>
- [21] Diskrétní regulátory - modifikace spojitých regulátorů. MARHOLT, J. *Diskrétní regulátory modifikace spojitých regulátorů* [online]. UTB ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky, 02.12.2007 [cit. 2012-04-03]. Dostupné z: http://195.178.89.122/CAAC_PHP/CAAC/cesky/synteza/d_reg/d_reg.php
- [22] How Do I Estimate a SIMO System? - National Instruments. NATIONALS INSTRUMENTS. *National Instruments* [online]. 2009 [cit. 2012-04-27]. Dostupné z: <http://digital.ni.com/public.nsf/allkb/CF5FCBD1FE5B365D862576940039EB7D>

9 Seznam příloh

Příloha č. I – UML diagram tříd (class diagram) pro celou aplikaci	I
Příloha č. II – Schéma pro soustavu prvního řádu bez šumu a bez dopravního zpoždění v Simulinku	II
Příloha č. III - Schéma v Simulinku pro soustavu prvního řádu bez šumu a s dopravním zpožděním.....	III
Příloha č. IV - Schéma v Simulinku pro soustavu druhého řádu bez šumu a bez dopravního zpoždění	IV
Příloha č. V - Schéma v Simulinku pro soustavu druhého řádu bez šumu a s dopravním zpožděním.....	V
Příloha č. VI - Schéma v Simulinku pro soustavu prvního řádu se šumem na vstupu a bez dopravního zpoždění	VI
Příloha č. VII - Schéma v Simulinku pro soustavu prvního řádu s vysokou hladinou šumu na výstupu a bez dopravního zpoždění	VII
Příloha č. VIII - Schéma v Simulinku pro soustavu prvního řádu s nízkou hladinou šumu na výstupu a bez dopravního zpoždění	VIII